2027

약술형 논술 고려대학교 세종캠퍼스 수학 부스터

EBS 수능특강·수능완성 반영, 2026 기출 분석 기반
한국외대 글캠 논술 출제 원리를 반영한 실전 예상문제집

스터짐 교재연구팀 지음



BOOSTER

2027 약술형 논술 수학
고려대학교 (세종)

수학1 | 수학2 | 미적분

MATH

STUGYM BOOKS **ROADMAP**

스터짐북스 로드맵

약술논술 합격, 꾸준한 훈련이 정답이다! **기초부터 실전까지** 끊임 없는 한 줄 흐름

STEP 1 BASIC 기본

기초 구조화 · 약술 기초 완성
처음 시작하는 학생에게 가장 중요한 필수 입문 과정

1. 국어는 핵심어와 문장 구조를, 수학은 풀이 단계를 쓰는 법을 익힙니다.
2. 약술형 논술의 문항·답안 형식에 처음부터 익숙해집니다.
3. POWERUP을 시작하기 전에 필요한 최소한의 답안 기초를 만듭니다

2권



STEP 2 기출분석집 출제원리분석

대학별 출제원리, EBS 연계 분석,
채점 기준까지 한 권으로 정리

목표대학의 출제 방식을
먼저 읽고 들어가는 단계

기출분석집 SPECIAL · 대학별 수학 기출해부 16종

총 16권





16개 대학 기출분석집

STEP 3 POWER UP 개념완성

수특·수완을 약술형 답안으로 바꾸는 메인 훈련
EBS 핵심 개념 정리 > 변형문제 적용 > 답안 작성 훈련

국어 구성: 독서 1~2권, 문학 1~2권, 수특·수완 총 3종 5권 분량
수학 구성: 수학 I , 수학 II , 수특·수완 총 3종 3권 분량

국어 5권
수학 3권



STEP 4 BOOSTER 심화

목표대학 출제 경향을 반영한 학교별 집중 훈련
대학별 빈출 유형과 예상문제를 목표대학 방식으로 훈련

학교별 세트 출간



학교별 국어·수학 SET

서울 – 국민대, 동덕여대, 삼육대, 상명대, 서경대
경기 – 가천대, 강남대, 수원대, 신한대, 을지대, 한국공학대, 한국외대 글로벌캠퍼스, 한신대
충청·세종 – 고려대 세종캠퍼스, 한국기술교육대, 홍익대 세종캠퍼스

학교별 기출 경향을 반영한 고난도 변형 훈련

STEP 4 ARENA 파이널

실제 시험처럼 치르는 파이널 모의고사
시간·문항 배열·답안지까지 실전과 동일하게 훈련

10개 세트 16개 대학 대비 실전 모의고사 구성

10개 SET 출간



완주를 돕는 3가지 지원

교재만으로 막히거나 혼자 반복하기 어려울 때 사용합니다.

스터짐N
EBS 진도를 한눈에 관리
수특·수완 문항 검색 › 학습 상태·회독 체크 › 교재별 진도 확인까지

인강
막히는 문제를 바로 이해
국어·수학 해설과 손글씨 풀이로 개념과 답안 흐름 보완

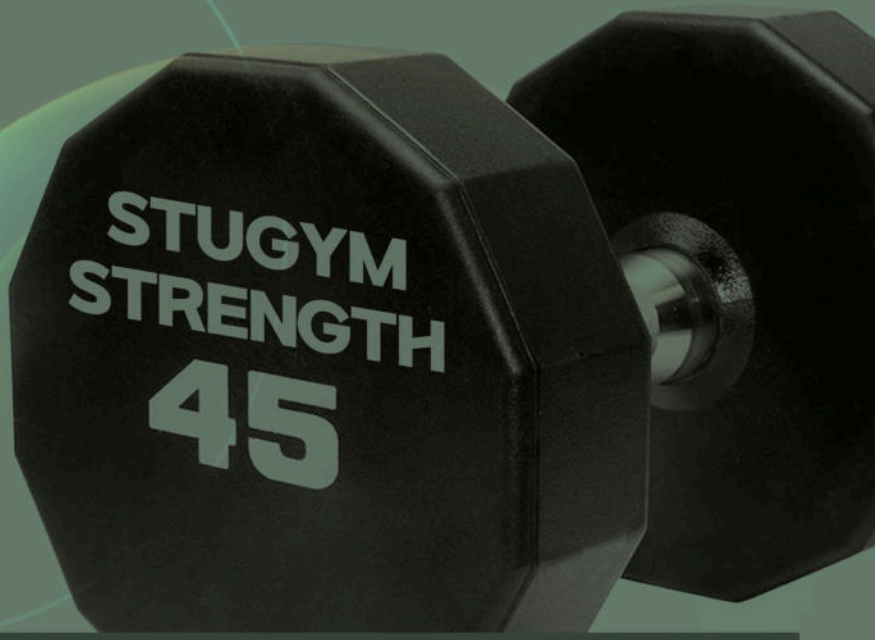
트래커
오늘의 미션부터 다시 풀 문제까지
미션 확인 > 풀이 제출 > 튜터 평가 > 재학습

올인원 패키지
혼자 하기 어렵다면 한번에
교재 + 인강 + 질문 + 첨삭 + 트래커를 하나의 루틴으로 관리

스터짐 홈페이지 바로가기 QR스캔

홈페이지 : www.stugym.net

BOOSTER



STUGYM N REVIEW EVENT

후기 남기고, 추가 교재 1권 받기

스터짐 N에 교재후기 · 수강후기 · 사용후기 중 하나를 남겨 주세요.

01 합격을 앞당길 추가 교재 1권 택1

① 가천대 4개년 수학 기출 완벽 분석(수학I)
② 가천대 4개년 수학 기출 완벽 분석(수학II)
③ 약술형 국어 주제별 핵심 분석집

stugymN

QR 찍고 스터짐N 접속 후기 작성 · 추가 혜택 받기

01은 후기 작성 혜택이며,
02 · 03은 스터짐N 접속 후 추가로 받을 수 있습니다.

스터짐 N에 접속하면 추가 혜택까지!

02 2026 가천대 기출분석집 PDF

스터짐N에서 무료로 받기

03 스터짐 홈페이지 5,000P

교재 · 인강 · 올인원 패키지 결제에 사용

WHY STUGYM N?

약술형 논술은 출제 교재가 정해진 시험입니다.

따라서 회독 횟수와 이해도가 합격을 결정합니다.

스터짐N은 교재에 실린 국어 제시문과 수학 문항의 중요도 · 출제 가능성을 확인하고,
회독 횟수와 이해도를 스스로 점검 · 기록하는 학습 관리 프로그램입니다.

국어
중요 제시문 확인
회독 횟수 · 이해도 기록

수학
중요 문항 확인
회독 횟수 · 이해도 기록

stugymN

QR 찍고 스터짐N 접속

지금 QR 찍고
회독 · 이해도 기록 시작
KN · MN 번호로 모든 제시문과 문항의
회독 · 이해도 기록을 한눈에 관리합니다.
중요한 문항을 완전히 이해할 때까지 반복하세요.

01 중요도 확인 → 02 반복 학습 → 03 이해도 점검 → 04 데이터 누적

Spartan PE System STUGYM

STUGYM BOOKS GUIDE

스터짐북스 사용가이드

기초를 세우는 2단계

BASIC&기출분석집

STEP 1 기본

BASIC

처음 시작하는 학생에게 가장 중요한 필수 입문 과정

기초 구조화 · 약술 기본 완성

1. **필수 개념 확인**
   약술형 논술과 수학 답안의 가장 기본 구조를 익힙니다.
2. **핵심 문제 적용**
   자주 나오는 유형에 바로 적용합니다.
3. **답안 완성**
   직접 써보며 약술형 답안 형식을 완성합니다.

수학 2권 / 국어 1권



수학·국어 SET

완료 기준 첫 문장 · 첫 식이 바로 떠오르면 **이럴 때 시작** 처음 시작하거나 답안 작성법이 낯설 때

STEP 2 분석집 기출분석집 SPECIAL · 대학별 수학 기출해부 16종

기출분석집

대학별 출제원리, EBS 연계 분석, 채점 기준까지 한 권으로 정리

출제 원리 파악

1. **출제원리 확인**
   대학별 문제 구조와 포인트를 파악합니다.
2. **연계 분석**
   EBS와 학교 기출의 연결 지점을 읽습니다.
3. **답안 훈련**
   실제 기출을 약술형 답안 흐름으로 익힙니다.

총 16개 대학 기출분석집

수학 국어 통합본



총 16권

완료 기준 대학별 답안 구조가 먼저 떠오르면 **이럴 때 시작** 목표 대학을 정했거나 학교별 차이를 먼저 파악하고 싶을 때

전화번호 : 031-1551-5476 홈페이지 : www.stugym.net 이메일 : stugymmath@gmail.com

스터짐 홈페이지 바로가기 QR스캔

BASIC — 기출분석집 — POWER UP — BOOSTER — ARENA

STUGYM N 인강 TRACKER ALL IN ONE

상시지원 프로그램

POWER UP&BOOSTER

STEP 3 개념완성

POWER UP

EBS 변형 훈련

EBS 수특 · 수완 완전 변형 훈련,
학교 기출 연계 대비를 위한 핵심 실전 훈련

1. **EBS 핵심 개념 정리**
   자주 쓰이는 개념과 표현을 정리합니다.
2. **변형 문제 훈련**
   조건이 바뀐 문항에 적용합니다.
3. **답안 구조 완성**
   실전 답안 흐름으로 정리합니다.

국어 5권



수학 3권



국어 구성: 독서 1-2, 문학 1-2, 수특·수완 (총 3종 5권 분량)

수학 구성: 수학 Ⅰ , 수학 Ⅱ ,수특·수완 (총 3종 3권 분량)

완료 기준 EBS가 변형돼도 풀이의 뼈대가 유지되면 **이럴 때 시작** EBS 학습은 했지만 실전 적용이 약할 때

STEP 4 심화

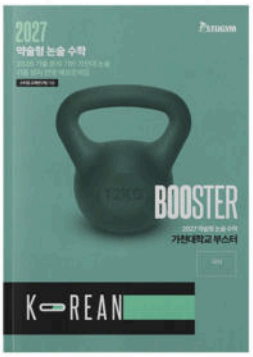
BOOSTER

학교별 기출 경향을 반영한
고난도 변형 훈련

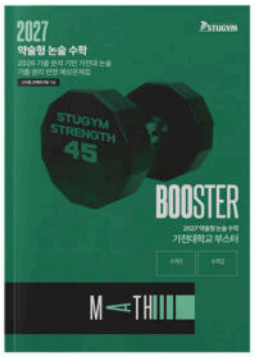
학교별 집중 훈련

1. **대학별 포인트 정리**
   목표 대학의 출제 경향을 압축합니다.
2. **예상문제 훈련**
   기출 원리를 반영한 변형 문제를 풉니다.
3. **실전 강화**
   학교별 스타일에 맞는 답안을 완성합니다.

국어 6권



수학 8권



총 14권

완료 기준 목표대학 방식으로 제한 시간 안에 답안을 완성할 수 있으면 ARENA로 이동 **이럴 때 시작** 학교별 맞춤 훈련이 필요한 시점

파이널 실전 + 상시 학습관리

ARENA

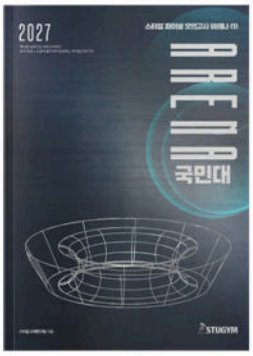
STEP 5 파이널

ARENA 시험 직전 시간 관리와 실전 감각 완성

실전 모의고사형 최종 점검

1. **실제 시간에 맞춰 응시**
   제한 시간 안에서 푸는 감각을 익힙니다.
2. **회차별 채점과 감점 확인**
   실제 시험처럼 풀며 약점을 확인합니다.
3. **오답을 이전 교재로 돌아가 보완**
   감점 요소를 줄이며 답안 완성도를 올립니다.

국어 수학 SET



총 16개 대학 실전모의고사

16개 대학 대비 · 10개 세트

완료 기준 제한 시간 안에 핵심식과 답안을 빠짐없이 완성할 수 있으면 실전 준비 완료 **이럴 때 시작** BOOSTER까지 마친 뒤 실전 점검이 필요할 때

완주를 돕는 4단계

BASIC — 기출분석집 — POWER UP — BOOSTER — ARENA

STUGYM N 인강 TRACKER ALL IN ONE

상시지원 프로그램

상시지원 프로그램 SET

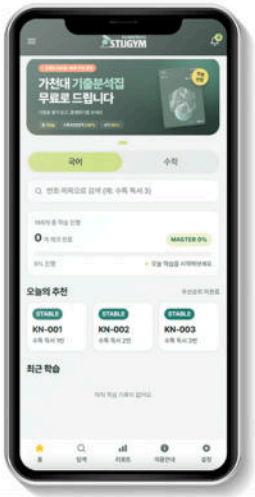
모든 기능을 하나로 연결해 끝까지 완주를 도와드립니다!

HELP 1

STUGYM N EBS 진도를 빠짐없이 기록하는 학습 관리 도구

검색부터 상태 체크 · 회독 · 진도 확인까지

1. **번호로 문항 바로 찾기**
   "수특 독서 3번"처럼 번호·제목으로 검색합니다.
2. **학습 상태와 회독 기록**
   미학습 · 학습중 · 복습 · MASTER로 표시하고 회독을 쌓습니다.
3. **다음에 볼 페이지 확인**
   교재별 진도와 안 푼 구간을 보고 이어서 학습합니다.



완료 기준 목표 교재의 문항이 빠짐없이 채워져 어디를 더 봐야 할지 남지 않은 상태 **이럴 때 시작** 교재를 펼 때마다 "어디까지 했더라"가 반복될 때

HELP 2

인강 국어 · 수학 해설과 손글씨 풀이로 핵심을 빠르게 보완

교재로 막히는 부분을 바로 이해하는 인강



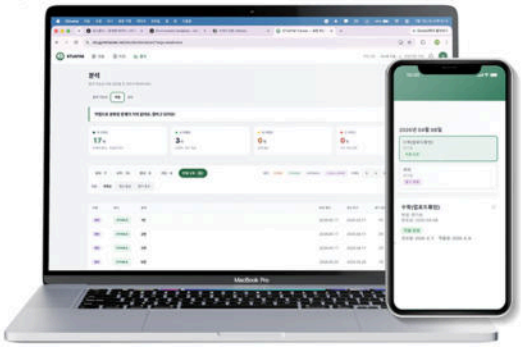
1. **교재를 먼저 풀기**
   필요한 과목과 파트를 바로 선택합니다.
2. **막힌 부분만 해설 확인**
   출제원리와 답안 흐름을 해설로 정리합니다.
3. **화면을 닫고 손으로 다시 풀기**
   다시 볼 수 있게 핵심 과정을 남깁니다.

완료 기준 강의를 보지 않고도 풀이 원리와 답안 흐름을 설명할 수 있는 상태 **이럴 때 시작** 교재만으로 이해가 부족한 순간

HELP 3

TRACKER 학습 습관을 만들고 끝까지 완주하게 돕는 관리 시스템

오늘의 미션부터 제출 · 평가 · 재학습까지



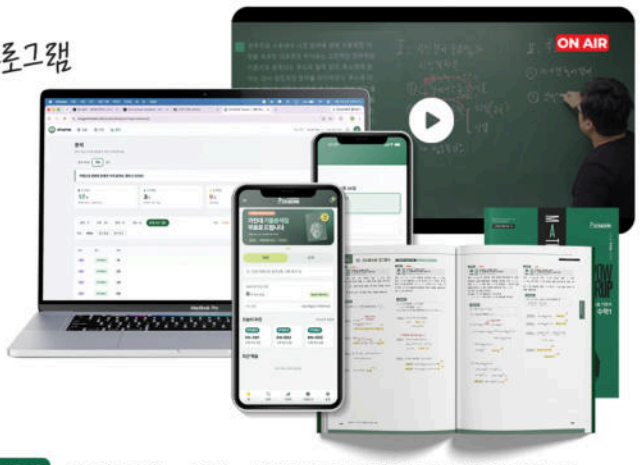
1. **오늘 할 미션 확인**
   당일 미션과 목표를 바로 확인합니다.
2. **실제 풀이 제출**
   학습 내용을 제출하고 피드백을 받습니다.
3. **튜터 평가 후 부족 문제 재학습**
   틀린 문제와 약점을 재학습으로 연결합니다.

완료 기준 틀린 문제와 약점이 다음 미션으로 자동 연결되어 반복 루틴이 끊기지 않는 상태 **이럴 때 시작** 혼자 반복 관리가 어렵거나 끝까지 완주가 힘들 때

HELP 4

올인원 패키지 혼자 하기 어렵다면 모든 과정을 한 루틴으로 연결하는 완전관리 프로그램

교재·인강·질문·첨삭·트래커를 한 번에



1. **현재 상태 진단과 계획**
   현재 상태에 맞는 시작점을 정합니다.
2. **교재·인강·질문·첨삭으로 학습 실행**
   교재 · 인강 · 질문 · 첨삭을 연결해 진행합니다.
3. **트래커와 튜터 평가로 반복 관리**
   반복과 점검을 통해 답안 완성까지 끌고 갑니다.

완료 기준 진도 완료가 아니라 답안 완성까지 도달하면 **이럴 때 시작** 혼자 계획 · 실행 · 반복을 동시에 관리하기 어려울 때

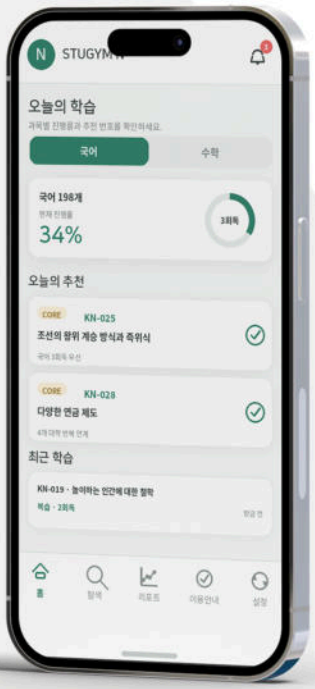
Spartan PE System
STUGYM

모든 교재 공통 · 무료 학습 도구

STUGYM N · 사용 가이드

교재가 정해진 시험은,
공부의 기록이 합격을 만듭니다.

스터짐N은 교재에 표시된 KN·MN 번호를 검색해 EBS 원문 위치와 중요도를 확인하고, 학습 상태와 회독을 기록하는 무료 학습 도구입니다.
부스터·아레나에서 틀린 문항은 해설에서 끝내지 말고, 같은 번호의 파워업과 EBS 원문으로 돌아갑니다.



EBS 원문 > POWERUP > BOOSTER > ARENA

한 번호로 원문·기출·실전·복습까지 연결

사용법은 매일 같은 **4단계**입니다

검색 > 확인 > 기록 > 다음 학습 위치 확인

1 번호 검색

교재에 적힌 KN·MN 번호를 그대로 입력합니다.
예) KN-025 · MN-062

2 중요도 확인

난도가 아니라 합격 기여도입니다.
CORE·STABLE부터 먼저 학습합니다.

3 상태·회독 기록

미학습 > 학습중 > 복습 > MASTER
국어 3회독 · 수학 10회독을 기록합니다.

2 리포트 확인

다음에 볼 번호, 안 한 구간, 중요도별 완료율을 확인합니다.

가장 중요한 사용 원칙

틀리면 해설지에서 끝내지 말고, 그 번호의 **파워업·EBS 원문**으로 돌아가십시오.

한 번호로 원문·기출·실전·복습까지 연결

영상으로 바로 따라하기
QR을 찍고 3분 사용법 보기

스터짐 홈페이지 바로가기 QR스캔

홈페이지 : www.stugym.net

BOOSTER



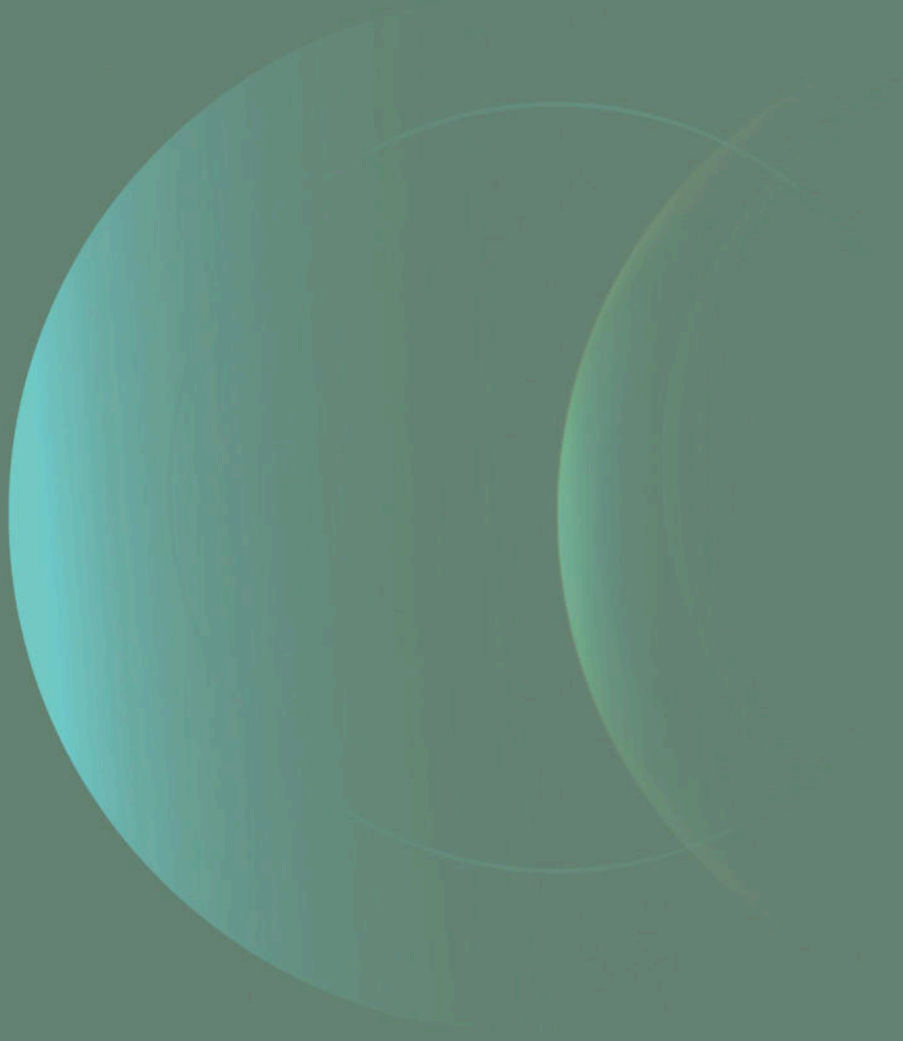
CONTENTS.

1 부스터 가이드북 006p

2 고려대(세종) 변형문제 028p

3 고려대(세종) 변형문제 해설 082p

4 고려대(세종) 변형문제 손글씨 해설 140p



STUGYM MATH

CHAPTER

1

부스터 가이드북

1 부스터 가이드북

PROLOGUE

01 고려대(세종)는 약술형 중 유일하게 미적분이 나온다

이 교재를 다른 약술형 논술 교재와 같은 방식으로 쓰면 안 됩니다. 고려대(세종)는 형식만 문제풀이형일 뿐, 출제 범위와 난도에서 다른 약술형 대학과 선을 긋습니다.

- **출제 범위에 미적분이 포함됩니다. 다른 약술형 대학이 수학I·수학II로 제한되는 것과 결정적으로 다른 지점입니다.**
- **2026학년도 기출 6문항 중 치환적분, 도함수의 활용, 정적분의 활용 등 미적분 개념이 반복 등장했고, 연계문제도 수능특강·수능완성 미적분에서 확인됩니다.**
- **복합 변형(D) 문항이 50%입니다. 한 문항 안에서 두세 단원이 결합되는 구조가 기본형입니다.**
- 고사 시간이 90분에서 120분으로 연장되었습니다. 6문항이므로 문항당 20분, 약술형 중 가장 깁니다.
- 논술 100%로 학생부는 반영되지 않지만, 수능최저(2개 영역 등급 합 6)를 충족해야 합니다.

※ 전형·일정·출제 범위는 고려대학교 세종캠퍼스 입학팀의 최종 모집요강과 논술가이드북으로 반드시 확인하세요. 출제 분석은 2026학년도 기출 6문항을 근거로 합니다.

02 전형 한눈에 보기

구분	내용
전형명	논술전형 (일반전형 / 지역인재전형 — 지역인재는 약학과만 모집)
모집인원	약 314명 (2026학년도 324명 — 일반 318명 + 지역인재 6명)
전형방법	논술고사 100% 일괄 선발 (학생부 미반영)
동점자 처리	배점이 높은 문항의 성적순
수능최저	약학과 제외 전 모집단위 : 국·수·영·탐(상위 1) 중 2개 영역 등급 합 6 이내 약학과 : 3개 영역 등급 합 5 이내
고사 시간	120분 (2026학년도에 90분 → 120분으로 연장)
문항 구성	수학 6문항 (2026학년도 자연ㅣ 기준)
총점	문항당 160~170점 규모의 고배점 체계
출제 범위	수학 · 수학ㅣ · 수학II · 미적분 (2026학년도 기출 출제범위 표기 기준)
결시 처리	논술고사 결시자, 수능 지정응시영역 미충족자는 선발 대상에서 제외
고사 시기	11월 하순 (수능 이후)

- **학생부가 반영되지 않으므로 내신 부담은 없습니다. 대신 수능최저 2합 6이 실질 경쟁률을 크게 낮춥니다.**
- **동점자를 배점 높은 문항으로 가른다는 규정은, 뒤쪽 고배점 문항을 반드시 손대야 하는 이유입니다.**

03 120분 6문항 — 뒤로 갈수록 길어진다

고사 시간이 120분으로 늘어나면서 문항당 평균 20분이 되었습니다. 다만 기출 해설에 표기된 예상 소요 시간을 보면 앞 문항과 뒤 문항의 무게가 다릅니다.

번호	예상 소요 시간	성격
1번	15분	경우의 수 — 경우 분류만 정확하면 계산은 단순
2번	15분	치환적분 + 미분가능성 결합
3번	15분	로그함수의 절편·점근선 — 상대적으로 가벼움
4번	자료 미표기	속도·거리 + 정수 조건 결합
5번	25분	접선 + 닮음비 + 정적분 넓이 — 최다 시간
6번	25분	두 지수함수와 수직 조건, 곱의 최솟값

- **1~3번은 각 15분, 5~6번은 각 25분입니다. 앞 세 문항을 45분 안에 정리하고 뒤 문항에 시간을 몰아주는 것이 기본 운영입니다.**
- 120분은 넉넉해 보이지만 문항 하나가 여러 단원을 거치기 때문에 실제 체감은 빠듯합니다. 계산량 자체가 많은 시험입니다.

※ 예상 소요 시간은 기출 해설에 표기된 값이며, 대학이 공식적으로 제시한 배분이 아닙니다.

04 2026 기출 6문항 전수 분석

번호	배점	출제 범위	핵심 개념	EBS 연계	케이스
1번	160점	수학	경우의 수	연계 없음	미연계
2번	170점	수학·수학Ⅱ·미적분	이차함수, 미분가능성, 치환적분	수능완성 9.적분법 6번	**D**
3번	160점	수학Ⅰ·미적분	로그함수, 점근선	수능완성 1.지수·로그 18번	A
4번	—	미적분	속도·거리, 정수 조건, 최솟값	수능특강 5.도함수의 활용(2) Level1 8번	**D**
5번	170점	수학·수학Ⅱ·미적분	내분, 접선, 정적분, 닮음비	수능특강 미적분 7.정적분의 활용 Level1 4번	**D**
6번	170점	수학Ⅰ·미적분	지수함수, 두 직선의 수직관계	수능완성 1.지수·로그 26번	C

- **5번은 접선과 수직인 직선, 내분점, 삼각형의 닮음비, 정적분 넓이가 한 문항에 모두 들어 있습니다. 고려대(세종) 복합 변형의 전형입니다.**

※ 4번의 배점은 기출 자료에 표기가 확인되지 않아 비워 두었습니다.

05 케이스 분포 — D형이 절반이다

케이스	유형	문항 수	비율	해당 번호
A	직접연계	1문항	16.7%	3번
B	강한 변형 연계	0문항	0.0%	없음
C	간접 연계	1문항	16.7%	6번
D	복합 변형 연계	3문항	**50.0%**	2번, 4번, 5번
—	미연계	1문항	16.7%	1번

다른 약술형 대학과 비교하면

- **대부분의 약술형 대학은 B(강한 변형)가 과반입니다. 고려대(세종)는 B가 0문항이고 D가 절반입니다. 원문의 조건만 바꾼 문항이 아니라, 원문에 다른 개념을 얹은 문항이 나온다는 뜻입니다.**
- **EBS 연계율도 83.3%로 100%가 아닙니다. 1번은 EBS 밖에서 독립 출제되었습니다.**
- 따라서 EBS 원문 회독만으로는 부족합니다. 원문의 핵심 구조를 뽑아낸 뒤 다른 개념과 연결하는 훈련이 이 교재의 목적입니다.

06 미적분 연계 지도

2026학년도 기출의 출제범위 표기와 연계문제를 정리하면, 미적분이 사실상 시험의 중심축입니다. 수학 I ·수학 II만 준비한 상태로는 절반 이상을 놓칩니다.

미적분 영역	기출 등장	연계 확인	학습 포인트
여러 가지 적분법 (치환적분)	2번	수능완성 9.적분법	치환 후 적분구간 변환, 대칭성 활용
도함수의 활용	4번	수능특강 미적분 5단원	속도·거리, 두 함수의 접촉 조건
정적분의 활용	5번	수능특강 미적분 7단원	접선과 곡선 사이의 넓이, 넓이비
여러 가지 함수의 미분	3·6번(지수·로그와 결합)	수능완성 1단원	지수·로그함수의 미분과 접선

연계 교재 비중

연계 교재	문항 수	비율	해당 번호
수능완성	3문항	**50.0%**	2번, 3번, 6번
수능특강	2문항	33.3%	4번, 5번
미연계	1문항	16.7%	1번

- **수능완성 연계가 수능특강보다 많습니다. 수능특강을 끝낸 뒤 수능완성으로 넘어가는 순서로는 늦습니다.**
- 수능특강 연계 2문항은 모두 미적분 교재의 Level1 구간입니다. 미적분은 기본 구간부터 확실히 다져야 합니다.

07 1번은 EBS 밖에서 나왔다

2026학년도 자연 I 1번은 카드를 뽑아 만든 다섯 자리 수가 홀수이면서 특정 값보다 작을 경우의 수를 묻는 문항으로, EBS 연계가 확인되지 않은 유일한 문항입니다. 배점은 160점입니다.

항목	내용
출제 범위	수학 — 경우의 수
요구 능력	만의 자리 숫자로 CASE를 나누고, 각 CASE 안에서 다시 조건을 분기
채점 구조	CASE별 경우의 수 35점 × 4 + 총합 20점
대비 방향	EBS가 아니라 교과서·수능 기출의 순열·조합 기본형을 확실히 정리

- **채점기준이 CASE 단위로 35점씩 배정되어 있습니다. 경우를 하나만 정확히 세어도 35점이 확보됩니다.**
- **경우의 수는 EBS 연계 학습에서 소홀해지기 쉬운 영역입니다. 별도로 시간을 배정해 두세요.**

08 배점과 채점 — 부분점수의 단위가 크다

고려대(세종)는 문항당 160~170점의 고배점 체계이고, 채점기준이 20~60점 단위로 나뉩니다. 다른 약술형 대학이 2~5점 단위인 것과 비교하면 한 단계의 무게가 훨씬 큽니다.

기출	채점 단계	배점 구성	첫 단계에 걸린 점수
1번	5단계	35 + 35 + 35 + 35 + 20	35점 (CASE 1의 경우의 수)
2번	7단계	40 + 10 + 30 + 20 + 30 + 20 + 20	40점 (치환적분 수행)
3번	7단계	20 + 20 + 20 + 20 + 30 + 20 + 30	20점 (점 A의 좌표)
5번	4단계	40 + 40 + 40 + 50	40점 (접선과 수직인 직선)
6번	4단계	35 + 45 + 60 + 30	35점 (기울기 관계식)

부분점수를 지키는 네 가지 습관

- **첫 단계에만 20~40점이 걸려 있습니다. 답을 못 구해도 도입 계산을 정확히 쓰면 큰 점수가 남습니다.**
- **복합 문항은 단계마다 다른 단원이 나옵니다. 단계를 줄바꿈으로 분리해 채점자가 찾을 수 있게 씁니다.**
- 경우가 갈리면 CASE 1, CASE 2로 번호를 붙입니다. 1번처럼 CASE 자체에 점수가 붙는 문항이 있습니다.
- **동점자는 배점 높은 문항 성적순으로 가릅니다. 5·6번을 백지로 두면 동점 상황에서 불리합니다.**

09 감점 유발 체크리스트

2026학년도 기출 6문항의 채점기준에서 실제로 요구된 항목만 뽑았습니다. 문제를 풀고 나서 이 목록으로 자기 답안을 채점하세요.

- ☐ 치환적분에서 치환 변수와 적분구간 변환을 함께 쓰지 않았다
- ☐ 미분가능하다는 조건을 좌미분계수 = 우미분계수 식으로 옮기지 않았다
- ☐ 이차함수의 대칭축을 근거로 삼으면서 왜 그런지 한 줄로 밝히지 않았다
- ☐ 점근선의 방정식을 구하지 않고 좌표를 바로 썼다
- ☐ 접선과 수직인 직선의 기울기 관계(곱이 −1)를 명시하지 않았다
- ☐ 닮음비에서 넓이비로 넘어가는 근거(제곱 관계)를 생략했다
- ☐ 경우의 수 문항에서 CASE 분류 없이 한꺼번에 계산했다
- ☐ 5·6번을 시간이 없다는 이유로 손대지 않았다

10 이 책의 구성과 학습 순서

이 교재의 변형문제 100문항은 고려대(세종)의 출제 범위와 난도에 맞춰 미적분 60문항을 중심으로 구성되어 있습니다. 다른 약술형 교재와 가장 크게 다른 지점입니다.

출처	문항 수	비중	역할
수능특강 미적분	30문항	30%	수열의 극한, 급수, 미분법, 적분법 — 기출 4·5번 대응
수능완성 미적분	30문항	30%	미적분 실전 구간. 기출 2번(적분법) 대응
수능특강 수학 I	10문항	10%	지수·로그, 삼각함수, 수열 — 기출 3·6번 대응
수능특강 수학 II	10문항	10%	극한·연속, 미분, 적분의 기초
수능완성 실전편	13문항	13%	복합 변형(D) 대비 실전 훈련
수능완성 유형편	7문항	7%	기출 연계가 확인된 구간
미적분 합계	**60문항**	**60%**	이 교재의 중심축

난도 구간도 다릅니다. 수록 문항의 상당수가 Level2·Level3와 실전모의고사 구간이며, 다른 약술형 교재가 예제·유제·Level1 중심인 것과 대비됩니다. 복합 변형이 절반인 시험에 맞춘 의도적 설계입니다.

문항 1개를 푸는 순서

- **① 먼저 푼다 — 20분 타이머. 막히면 어디서 멈췄는지 표시만 하고 넘어간다**
- ② 해설을 본다 — 내 답안과 줄 단위로 대조하고 채점 단계별로 스스로 채점한다
- ③ 그래도 모르겠으면 강의를 본다 — 해설로 해결된 문항은 강의를 건너뛴다
- **④ 손글씨 해설로 마무리한다 — 핵심식만 남기는 최종 정리 단계**

단계	무엇을 하는가	끝났다고 판단하는 기준
① 풀기	20분 타이머로 스스로 푼다	답까지 갔거나, 막힌 지점을 표시했다
② 해설	풀이 흐름을 줄 단위로 대조하고 자기채점	내 답안에서 빠진 단계를 찾아냈다
③ 강의	②로 해결되지 않은 문항만 시청	막혔던 지점이 설명으로 풀렸다
④ 손글씨 해설	핵심식만 적힌 손글씨 해설과 내 풀이를 대조	손글씨 해설의 식을 보지 않고 다시 쓸 수 있다

④ 손글씨 해설은 맞은 문제도 반드시 확인합니다

손글씨 해설에는 그 문항을 푸는 데 실제로 필요한 핵심식만 적혀 있습니다. 고려대(세종)처럼 한 문항이 여러 단원을 거치는 시험에서는 답안이 쉽게 길어지고, 정작 채점 단계가 묻혀 버립니다. 손글씨 해설은 '여기까지만 쓰면 점수가 나온다'는 기준선이자, 단계의 뼈대를 보여 주는 지도입니다.

- **맞은 문제여도 건너뛰지 않습니다. 답이 맞았어도 계산이 길게 늘어진 답안은 5·6번에 쓸 시간을 잡아먹습니다.**
- 내 풀이와 손글씨 해설을 겹쳐 보고, 손글씨 해설에 없는 줄에 표시합니다. 그 줄이 덜어낼 부분입니다.
- 마지막에는 손글씨 해설을 덮고 핵심식만으로 풀이를 다시 재현해 봅니다. 재현되면 그 문항은 완료입니다.

11 고사 직전 D-DAY 체크리스트

학습 범위

- ☐ 미적분 — 치환적분, 정적분의 활용, 도함수의 활용을 마지막으로 훑는다
- ☐ 수학 I — 지수·로그함수의 그래프, 점근선, 절편 계산을 점검한다
- ☐ 경우의 수 — 순열·조합의 CASE 분류를 다시 본다
- ☐ 수능완성 연계 구간(적분법 / 지수함수와 로그함수)을 한 번 더 확인한다
- ☐ 손글씨 해설을 덮고 핵심식만으로 재현되는지 최종 확인한다

답안 작성

- ☐ 복합 문항의 단계를 줄바꿈으로 분리해 쓰는 형식을 몸에 익혔다
- ☐ 경우가 갈리면 CASE 1, CASE 2로 번호를 붙이는 습관을 만들었다
- ☐ 접선·수직·닮음비 같은 관계식의 근거를 한 줄로 남기는 연습을 했다

시험 운영

- ☐ 120분을 앞 3문항 45분 / 뒤 3문항 75분으로 배분한다
- ☐ 5·6번을 반드시 손댄다 — 동점자는 배점 높은 문항으로 가른다
- ☐ 수능최저(2합 6, 약학과 3합 5) 충족 여부를 계산해 둔다
- ☐ 논술고사 결시자는 선발 대상에서 제외되므로 반드시 응시한다

이 가이드북의 출제 분석은 고려대학교 세종캠퍼스의 2026학년도 선행학습영향평가 자료를 근거로 하며, 전형 정보는 2027학년도 발표 자료를 정리한 것입니다. 실제 고사의 문항 구성·배점·출제 범위·수능최저학력기준은 달라질 수 있으므로 최종 정보는 고려대(세종) 입학팀 자료로 확인하시기 바랍니다.

1 부스터 가이드북

PROLOGUE

순서	EBS 수특/수완	넘버링	제목	분야/갈래
1	수특 수1	MN-017	1. 지수와 로그 Level3 2번	지수·로그
2	수특 수1	MN-041	2. 지수함수와 로그함수 대표기출문제	지수·로그
3	수특 수1	MN-060	3. 삼각함수 Level2 4번	삼각함수
4	수특 수1	MN-074	4. 사인법칙과 코사인법칙 유제 6번	삼각함수
5	수특 수1	MN-112	5. 등차수열과 등비수열 Level2 6번	수열
6	수특 수1	MN-142	6. 수열의 합과 수학적 귀납법 대표기출문제	수열
7	수특 수2	MN-160	1. 함수의 극한 Level2 5번	극한·연속
8	수특 수2	MN-178	2. 함수의 연속 Level2 2번	극한·연속
9	수특 수2	MN-206	3. 미분계수와 도함수 Level3 1번	미분
10	수특 수2	MN-235	5. 도함수의 활용(2) 유제 4번	미분
11	수특 수2	MN-262	6. 부정적분과 정적분 Level2 1번	적분
12	수특 수2	MN-284	7. 정적분의 활용 Level2 4번	적분
13	수특 미적	MN-489	1. 수열의 극한 Level3 1번	수열의 극한
14	수특 미적	MN-490	1. 수열의 극한 Level3 2번	수열의 극한
15	수특 미적	MN-491	1. 수열의 극한 Level3 3번	수열의 극한
16	수특 미적	MN-493	2. 급수 Level3 1번	수열의 극한
17	수특 미적	MN-494	2. 급수 Level3 2번	수열의 극한
18	수특 미적	MN-495	2. 급수 Level3 3번	수열의 극한
19	수특 미적	MN-497	3. 여러 가지 함수의 미분 Level3 1번	미분법
20	수특 미적	MN-498	3. 여러 가지 함수의 미분 Level3 2번	미분법
21	수특 미적	MN-499	3. 여러 가지 함수의 미분 Level3 3번	미분법
22	수특 미적	MN-501	4. 여러 가지 미분법 Level3 1번	미분법
23	수특 미적	MN-502	4. 여러 가지 미분법 Level3 2번	미분법
24	수특 미적	MN-503	4. 여러 가지 미분법 Level3 3번	미분법
25	수특 미적	MN-507	5. 도함수의 활용 Level3 2번	미분법
26	수특 미적	MN-508	5. 도함수의 활용 Level3 3번	미분법
27	수특 미적	MN-511	6. 여러 가지 적분법 Level3 1번	적분법
28	수특 미적	MN-512	6. 여러 가지 적분법 Level3 2번	적분법
29	수특 미적	MN-516	7. 정적분의 활용 Level3 1번	적분법
30	수특 미적	MN-517	7. 정적분의 활용 Level3 2번	적분법
31	수완 유형편	MN-301	1. 지수함수와 로그함수 14번	지수·로그
32	수완 실전편	MN-436	실전모의고사 1회 14번	삼각함수
33	수완 실전편	MN-449	실전모의고사 2회 12번	삼각함수
34	수완 실전편	MN-464	실전모의고사 3회 16번	지수·로그
35	수완 실전편	MN-474	실전모의고사 4회 14번	삼각함수

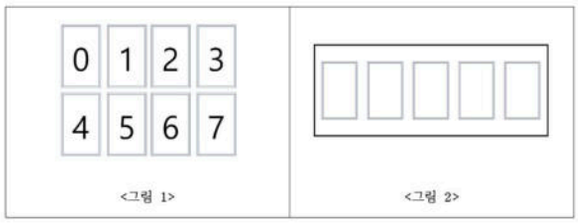
순서	EBS 수특/수완	넘버링	제목	분야/갈래
36	수완 실전편	MN-485	실전모의고사 5회 18번	수열
37	수완 유형편	MN-361	4. 함수의 극한과 연속 13번	극한·연속
38	수완 유형편	MN-384	5. 다항함수의 미분법 19번	미분
39	수완 유형편	MN-405	6. 다항함수의 적분법 필수유형 3번	적분
40	수완 실전편	MN-450	실전모의고사 2회 14번	수열
41	수완 실전편	MN-456	실전모의고사 3회 7번	적분
42	수완 실전편	MN-483	실전모의고사 5회 11번	적분
43	수완 미적	MN-520	7. 수열의 극한 18번	수열의 극한
44	수완 미적	MN-521	7. 수열의 극한 21번	수열의 극한
45	수완 미적	MN-530	8. 미분법 27번	미분법
46	수완 미적	MN-531	8. 미분법 필수유형 10번	미분법
47	수완 미적	MN-540	9. 적분법 11번	적분법
48	수완 미적	MN-541	9. 적분법 12번	적분법
49	수완 미적	MN-547	실전모의고사 1회 28번	수열의 극한
50	수완 미적	MN-549	실전모의고사 1회 30번	미분법
51	수완 미적	MN-551	실전모의고사 2회 29번	수열의 극한
52	수완 미적	MN-552	실전모의고사 2회 30번	미분법
53	수완 미적	MN-553	실전모의고사 3회 28번	미분법
54	수완 미적	MN-554	실전모의고사 3회 29번	수열의 극한
55	수완 미적	MN-555	실전모의고사 3회 30번	미분법
56	수완 미적	MN-556	실전모의고사 4회 28번	미분법
57	수완 미적	MN-557	실전모의고사 4회 29번	수열의 극한
58	수완 미적	MN-558	실전모의고사 4회 30번	미분법
59	수완 미적	MN-560	실전모의고사 5회 29번	미분법
60	수완 미적	MN-561	실전모의고사 5회 30번	미분법
61	수특 수1	MN-008	1. 지수와 로그 Level2 1번	지수·로그
62	수특 수1	MN-022	2. 지수함수와 로그함수 유제 2번	지수·로그
63	수특 수1	MN-044	3. 삼각함수 유제 2번	삼각함수
64	수특 수1	MN-073	4. 사인법칙과 코사인법칙 유제 5번	삼각함수
65	수특 수2	MN-161	1. 함수의 극한 Level2 6번	극한·연속
66	수특 수2	MN-174	2. 함수의 연속 Level1 1번	극한·연속
67	수특 수2	MN-198	3. 미분계수와 도함수 Level2 1번	미분
68	수특 수2	MN-287	7. 정적분의 활용 Level2 7번	적분
69	수특 미적	—	1. 수열의 극한 Level2 1번	수열의 극한
70	수특 미적	—	2. 급수 대표기출문제	수열의 극한

순서	EBS 수특/수완	넘버링	제목	분야/갈래
71	수특 미적	—	3. 여러 가지 함수의 미분 Level2 1번	미분법
72	수특 미적	—	3. 여러 가지 함수의 미분 Level2 2번	미분법
73	수특 미적	—	4. 여러 가지 미분법 Level2 5번	미분법
74	수특 미적	—	4. 여러 가지 미분법 Level2 6번	미분법
75	수특 미적	—	5. 도함수의 활용 Level2 1번	미분법
76	수특 미적	—	5. 도함수의 활용 대표기출문제	미분법
77	수특 미적	MN-510	6. 여러 가지 적분법 Level2 4번	적분법
78	수특 미적	—	6. 여러 가지 적분법 Level2 5번	적분법
79	수특 미적	—	7. 정적분의 활용 Level2 8번	적분법
80	수특 미적	MN-518	7. 정적분의 활용 대표기출문제	적분법
81	수완 유형편	MN-291	1. 지수함수와 로그함수 2번	지수·로그
82	수완 실전편	MN-455	실전모의고사 3회 6번	삼각함수
83	수완 실전편	MN-472	실전모의고사 4회 12번	수열
84	수완 실전편	MN-478	실전모의고사 5회 6번	삼각함수
85	수완 유형편	MN-367	4. 함수의 극한과 연속 20번	극한·연속
86	수완 유형편	MN-374	5. 다항함수의 미분법 9번	미분
87	수완 실전편	MN-468	실전모의고사 4회 7번	적분
88	수완 실전편	MN-481	실전모의고사 5회 9번	적분
89	수완 미적	EBS 원본	7. 수열의 극한 15번	수열의 극한
90	수완 미적	EBS 원본	7. 수열의 극한 20번	수열의 극한
91	수완 미적	(원본 미확보)	8. 미분법 필수유형 4번	미분법
92	수완 미적	EBS 원본	8. 미분법 11번	미분법
93	수완 미적	(원본 미확보)	9. 적분법 필수유형 1번	적분법
94	수완 미적	EBS 원본	9. 적분법 24번	적분법
95	수완 미적	EBS 원본	실전모의고사 1회 26번	적분법
96	수완 미적	EBS 원본	실전모의고사 2회 27번	적분법
97	수완 미적	EBS 원본	실전모의고사 3회 25번	수열의 극한
98	수완 미적	EBS 원본	실전모의고사 4회 26번	적분법
99	수완 미적	EBS 원본	실전모의고사 5회 25번	수열의 극한
100	수완 미적	EBS 원본	실전모의고사 5회 27번	적분법

MEMO

1 2026학년도 고려대(세종) 자연I 1번

〈그림 1〉과 같이 숫자가 적힌 8장의 카드가 있다.



<그림 1>

<그림 2>

이 카드 중에서 5장을 순서대로 뽑아 〈그림 2〉의 빈칸에 왼쪽부터 차례대로 나열하는 시행을 하려 한다. 이때, 만들어진 숫자가 홀수이고, 25000보다 작을 경우의 수를 구하시오. (단, 0, 3, 1, 5, 7의 순서로 뽑게 되었을 때의 숫자는 31570이다.) [160점]

정답

뽑은 숫자가 홀수가 되기 위해서는 1의 자리 숫자가 홀수이어야 한다. 주어진 카드 중 홀수는 1, 3, 5, 7이므로 이 중에서 마지막 숫자가 나와야 한다. 그리고 25000보다 작은 숫자가 되어야 하므로 처음 뽑을 수 있는 숫자는 0, 1,2뿐이다. 각각의 경우마다 경우의 수가 다르므로 각각을 나눠서 계산해보자.

CASE1) 만의 자리에 0을 뽑은 경우 나머지 4개의 숫자가 어떤 숫자인지와 상관없이 25000보다 작으므로 나머지 4개의 숫자를 뽑을 때 홀수가 되는 경우의 수를 생각하면 된다. 따라서 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7중 4개의 숫자를 뽑아서 순서대로 나열할 때, 홀수가 되는 경우를 찾으면 된다. 이는 일의 자리부터 차례로 나열할 때 홀수가 되는 경우의 수와 동일하므로 일의 자리부터 나열하는 경우를 생각해보자. 일의자리에 올 수 있는 수는 1, 3, 5, 7 중 하나므로 ${}_4C_1 = 4$이다. 남은 자리의 숫자는 아무거나 뽑아도 홀수가 되므로 그 경우의 수는 ${}_6P_3 = \frac{6!}{3!} = 120$이다. 따라서 만의 자리에 0을 뽑은 경우 25000보다 작은 홀수가 되는 경우의 수는 480이다.

CASE2) 만의 자리에 1을 뽑은 경우 나머지 4개의 숫자가 어떤 숫자인지와 상관없이 25000보다 작으므로 나머지 4개의 숫자를 뽑을 때 홀수가 되는 경우의 수를 생각하면 된다. 따라서 0, 2, 3, 4, 5, 6, 7중 4개의 숫자를 뽑아서 순서대로 나열할 때, 홀수가 되는 경우를 찾으면 된다. 이는 일의 자리부터 차례로 나열할 때 홀수가 되는 경우의 수와 동일하므로 일의 자리부터 나열하는 경우를 생각해보자. 일의자리에 올 수 있는 수는 3, 5, 7 중 하나므로 ${}_3C_1 = 3$이다. 남은 자리의 숫자는 아무거나 뽑아도 홀수가 되므로 그 경우의 수는 ${}_6P_3 = \frac{6!}{3!} = 120$이다. 따라서 만의 자리에 1을 뽑은 경우 25000보다 작은 홀수가 되는 경우의 수는 360이다.

CASE3) 만의 자리에 2를 뽑은 경우 천의 자리의 숫자에 가능한 숫자는 0, 1, 3, 4이다. 각각의 경우마다 나머지 경우의 수가 다르므로 각각을 계산해보자.

case3-1) 천의 자리에 0 또는 4가 뽑힌 경우 1, 3, 4, 5, 6, 7 또는 0, 1, 3, 5, 6, 7 중 3개를 뽑아 홀수를 만드는 경우의 수는 동일하므로 한 가지 경우만 구한 뒤 2배를 하면 된다. 따라서 1, 3, 4, 5, 6, 7 중 3개를 뽑아 홀수를 만드는 경우를 생각해보자. 일의 자리부터 채워 넣는 경우의 수와 동일하므로 일의 자리부터 생각을 하자. 홀수가 되기 위해서는 1, 3, 5, 7 중 하나가 일의 자리에 와야 하므로 그 경우의 수는 ${}_4C_1 = 4$이다. 남은 자리의 숫자는 아무거나 뽑아도 홀수가 되므로 그 경우의 수는 ${}_5P_2 = 20$이다. 따라서 천의 자리에 0 또는 4가 뽑힌 경우의 수는 $2 \times 4 \times 20 = 160$이다.

case3-2) 천의 자리에 1 또는 3이 뽑힌 경우 0, 3, 4, 5, 6, 7 또는 0, 1, 4, 5, 6, 7 중 3개를 뽑아 홀수를 만드는 경우의 수는 동일하므로 한 가지 경우만 구한 뒤 2배를 하면 된다. 따라서 0, 3, 4, 5, 6, 7 중 3개를 뽑아 홀수를 만드는 경우의 수를 생각해보자. 일의 자리부터 채워 넣는 경우의 수와 동일하므로 일의 자리부터 생각을 하자. 홀수가 되기 위해서는 3, 5, 7 중 하나가 일의 자리에 와야 하므로 그 경우의 수는 ${}_3C_1 = 3$이다. 남은 자리의 숫자는 아무거나 뽑아도 홀수가 되므로 그 경우의 수는 ${}_5P_2 = 20$이다. 따라서 천의 자리에 1 또는 3이 뽑힌 경우의 수는 $2 \times 3 \times 20 = 120$이다.

그러므로 25000보다 작은 홀수가 뽑히는 경우의 수는 $480 + 360 + 160 + 120 = 1120$이다.

출제범위	교육과정 과목명	수학
	핵심개념 및 용어	경우의 수
예상 소요 시간	15분 / 전체 120분	

답안	배점
처음 뽑은 카드가 0인 경우에서 조건을 만족하는 경우의 수를 찾음.	35점
처음 뽑은 카드가 1인 경우에서 조건을 만족하는 경우의 수를 찾음.	35점
처음 뽑은 카드가 2이고, 두 번째 뽑은 카드가 0 또는 4인 경우에서 조건을 만족하는 경우의 수를 찾음.	35점
처음 뽑은 카드가 2이고, 두 번째 뽑은 카드가 1 또는 3인 경우에서 조건을 만족하는 경우의 수를 찾음.	35점
총 경우의 수를 구함.	20점

2 2026학년도 고려대(세종) 자연I 2번

이차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

〈가〉 $f(1)=0$

〈나〉 $\int_0^4 f(x)^2 f'(x)dx=0$

상수 a $(a\neq 0)$에 대하여 $g(x)$를 $g(x)=\begin{cases} e^x+a & (x>3) \\ f(x) & (x\leq 3) \end{cases}$이라 하자. 함수 $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $f(\ln(a^2))$의 값을 구하시오. [170점]

정답

$f(x)=t$라 하자. $x=0$일 때 $t=f(0)$, $x=4$일 때 $t=f(4)$이고, $\frac{dt}{dx}=f'(x)$이다.

따라서

$$0=\int_0^4 f(x)^2 f'(x)dx=\int_{f(0)}^{f(4)} t^2dt=\left[\frac{1}{3}t^3\right]_{f(0)}^{f(4)}$$

$$=\frac{1}{3}(f(4)^3-f(0)^3)$$

$$=\frac{1}{3}(f(4)-f(0))(f(4)^2+f(4)f(0)+f(0)^2)$$

이므로 $f(4)-f(0)=0\cdots(1)$ 이다. $g(x)$가 미분가능하므로 $h(x)=e^x+a$이면

$f(3)=h(3) \Rightarrow f(3)=e^3+a$, $f'(3)=h'(3) \Rightarrow f'(3)=e^3$이다.

(1)에서 $f(4)=f(0)$이므로 이차함수인 $f(x)$는 $x=2$에서 대칭이다. 따라서 $f(1)=f(3)$이므로 $f(3)=0$이다.

따라서 $f(x)=k(x-1)(x-3)=k(x^2-4x+3)$($k$는 상수)이고, $h(x)=e^x+a$이므로 $0=f(3)=h(3)=e^3+a$이다. 따라서 $a=-e^3$이다. 또한 $f'(3)=h'(3)$이고, $f'(x)=k(2x-4)$이므로 $h'(x)=e^x$이고 $f'(3)=h'(3)=e^3$이다.

따라서 $k(6-4)=e^3$이므로 $k=\frac{e^3}{2}$이다.

그러므로 $f(x)=\frac{e^3}{2}(x^2-4x+3)$이고,

$f(\ln(a^2))=f(\ln(e^6))=f(6)=\frac{e^3}{2}(36-24+3)=\frac{15}{2}e^3$이다.

[별해]

함수 $g(x)$가 모든 실수에 대하여 미분가능하므로 모든 실수에 대해서 연속이다. 따라서 $x=3$에서도 연속이고 미분가능하므로 $\lim_{x\to 3+} g'(x)=f'(3)$이고, $\lim_{x\to 3+} g(x)=f(3)$이다. 따라서 $e^3=f'(3)$이고, $e^3+a=f(3)$이다.

(나)의 조건에 의해

$\int_0^4 f(x)^2 f'(x)dx=\left[\frac{f(x)^3}{3}\right]_0^4=\frac{1}{3}[f(4)^3-f(0)^3]=0$이므로 $f(4)=f(0)$이다. 따라서 $f(4)=f(0)=t$라 하면 $f(x)=bx(x-4)+k=bx^2-4bx+k$이다.

그러므로 $f'(x)=2bx-4b$이므로 $e^3=6b-4b=2b$이다. 따라서 $b=\frac{e^3}{2}$이다.

그리고 $f(1)=0$이므로 $f(1)=-\frac{3e^3}{2}+k=0$이다. 따라서 $f(x)=\frac{e^3}{2}x^2-2e^3x+\frac{3e^3}{2}$이다.

그리고 $f(3)=\frac{9e^3}{2}-6e^3+\frac{3e^3}{2}=0=e^3+a$이므로 $a=-e^3$이다. 그러므로 $f(\ln(a^2))=f(6)=\frac{15e^3}{2}$이다.

출제범위	교육과정 과목명	수학, 수학II, 미적분
	핵심개념 및 용어	이차함수, 미분가능성, 치환적분
예상 소요 시간	15분 / 전체 120분	

답안	배점
치환적분을 구함.	40점
$f(4)-f(0)=0$임을 보임.	10점
$f'(3)=e^3$임을 보임.	30점
$x=2$가 대칭축임을 이용하여 $f(x)=k(x-1)(x-3)$을 구함.	20점
$a=-e^3$임을 보임.	30점
$k=\frac{e^3}{2}$임을 보임.	20점
$f(\ln(a^2))=\frac{15}{2}e^3$임을 보임.	20점

연계 문제 **2026학년도 수능완성 9.적분법 6번**

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(\ln 2)$의 값은?

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f'(x)f(x)=\frac{e^x-e^{-x}}{2}$이다.

(나) $f(0)=1$

정답

조건 (가)에서

$$\int f'(x)f(x)dx=\int \frac{e^x-e^{-x}}{2}dx \cdots ㉠$$

$\int f'(x)f(x)dx$에서 $f(x)=t$로 놓으면 $f'(x)=\frac{dt}{dx}$이므로

$$\int f'(x)f(x)dx=\int t\,dt$$

㉠에서

$$\frac{1}{2}t^2=\frac{e^x+e^{-x}}{2}+C$$

$$\frac{1}{2}\{f(x)\}^2=\frac{e^x+e^{-x}}{2}+C$$

$$\{f(x)\}^2=e^x+e^{-x}+2C\ (C\text{는 적분상수}) \cdots ㉡$$

조건 (나)에서 $f(0)=1$이므로 ㉡의 양변에 $x=0$을 대입하면

$$\{f(0)\}^2=e^0+e^0+2C$$

$$2C=-1$$

즉, $\{f(x)\}^2=e^x+e^{-x}-1$

모든 실수 x에 대하여

$e^x+e^{-x}-1\geq 1, f(0)=1>0$이고 함수 $f(x)$는 연속함수이므로

$$f(x)=\sqrt{e^x+e^{-x}-1}$$

따라서

$$f(\ln 2)=\sqrt{e^{\ln 2}+e^{-\ln 2}-1}$$

$$=\sqrt{2+\frac{1}{2}-1}=\frac{\sqrt{6}}{2}$$

3 2026학년도 고려대(세종) 자연I 3번

두 상수 a $(a>0)$과 b $(b>1)$에 대하여 함수 $f(x)=\ln(ax+b)$의 그래프가 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 이 그래프의 점근선과 x축이 만나는 점을 H라 하자. 원점 O에 대하여 $3\overline{OA}=\overline{OH}$, $\overline{OA}=2\overline{OB}$일 때, $e^{\frac{1}{a}}$의 값을 구하시오. [160점]

정답

$y=0$이면 $0=\ln(ax+b)$이므로 $ax+b=1$이고, 따라서 $x=\frac{1-b}{a}$이다. 그러므로 A의 좌표는 $\left(\frac{1-b}{a},\ 0\right)$이다. $x=0$이면 $y=f(0)=\ln b$이므로 B의 좌표는 $(0,\ \ln b)$이다. 이때 점근선의 방정식은 $x=-\frac{b}{a}$이므로 H의 좌표는 $\left(-\frac{b}{a},\ 0\right)$이다.

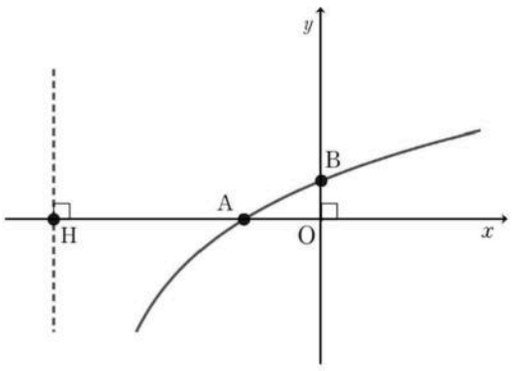
$\therefore \overline{OA}=\left|\frac{1-b}{a}\right|=\frac{b-1}{a},\ \overline{OH}=\left|-\frac{b}{a}\right|=\frac{b}{a}$

따라서 $3\left(\frac{b-1}{a}\right)=3\overline{OA}=\overline{OH}=\frac{b}{a}$이므로 $3\left(\frac{b-1}{a}\right)=\frac{b}{a}$이고, 따라서 $b=\frac{3}{2}$이다.

$\overline{OA}=2\overline{OB}$이므로 $\frac{\frac{3}{2}-1}{a}=2\ln b=2\ln\frac{3}{2}$이다.

따라서 $\frac{\frac{1}{2}}{a}=2\ln\frac{3}{2}$, $\frac{1}{a}=4\ln\frac{3}{2}$이므로

$e^{\frac{1}{a}}=e^{4\ln\frac{3}{2}}=e^{\ln\left(\frac{3}{2}\right)^4}=\frac{81}{16}$이다.



출제범위	교육과정 과목명	수학 I, 미적분
	핵심개념 및 용어	로그함수, 점근선
예상 소요 시간	15분 / 전체 120분	

답안	배점
A의 좌표 $\left(\frac{1-b}{a},\ 0\right)$을 구하거나 $x=\frac{1-b}{a}$를 구함.	20점
H의 좌표 $\left(-\frac{b}{a},\ 0\right)$을 구하거나 $x=-\frac{b}{a}$를 구함.	20점
$\overline{OA}=\left\|\frac{b-1}{a}\right\|=\frac{1-b}{a}$를 구함.	20점
$\overline{OH}=\left\|-\frac{b}{a}\right\|=\frac{b}{a}$를 구함.	20점
$b=\frac{3}{2}$를 구함.	30점
$\frac{1}{a}=4\ln\frac{3}{2}$ 또는 $a=\frac{1}{4\ln\frac{3}{2}}$를 구함.	20점
$e^{\frac{1}{a}}=\frac{81}{16}$을 구함.	30점

연계 문제 **2026학년도 수능완성 1.지수함수와 로그함수 18번**

1보다 큰 두 상수 a, b에 대하여 함수 $f(x)=\log_3(ax+b)$의 그래프가 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 점 A에서 함수 $y=f(x)$의 그래프의 점근선에 내린 수선의 발을 H라 하자. 점 A는 선분 OH의 중점이고 $\overline{OA}=\overline{OB}$일 때, b^a의 값은? (단, O는 원점이다.)

정답

$y=\log_3(ax+b)$에 $y=0$을 대입하면

$0=\log_3(ax+b)$, $ax+b=1$

$x=\dfrac{1-b}{a}$이므로 점 A의 좌표는 $\left(\dfrac{1-b}{a}, 0\right)$

$y=\log_3(ax+b)$에 $x=0$을 대입하면

$y=\log_3 b$이므로 점 B의 좌표는 $(0, \log_3 b)$

함수 $y=f(x)$의 그래프의 점근선의 방정식은

$x=-\dfrac{b}{a}$이므로 점 H의 좌표는 $\left(-\dfrac{b}{a}, 0\right)$

점 A는 선분 OH의 중점이므로

$$\frac{0+\left(-\frac{b}{a}\right)}{2}=\frac{1-b}{a}$$

$-\dfrac{b}{2}=1-b$에서 $b=2$

$\overline{OA}=\overline{OB}$이므로 $\dfrac{b-1}{a}=\log_3 b$에서 $\dfrac{1}{a}=\log_3 2$

$$a=\frac{1}{\log_3 2}=\log_2 3$$

따라서 $b^a=2^{\log_2 3}=3^{\log_2 2}=3$

4 2026학년도 고려대(세종) 자연I 4번

수직선 위를 움직이는 두 점 P와 Q가 다음 조건을 만족시킨다. (단, $t \geq 0$이다.)

〈가〉 양의 정수 k에 대하여 시각 t에서 점 P의 위치는 $f(t) = t^3 - \frac{k}{2}t^2 + 6$이고, 점 Q의 위치는 $g(t) = \frac{k}{2}t^2 + \frac{k}{2}$이다.

〈나〉 $f(0) - g(0) > 0$이고, 두 점 P와 Q는 만나지 않는다.

〈다〉 $t > 0$일 때, 점 P와 Q의 속도가 같으면 그 크기는 양의 정수이다.

이 조건을 만족시키는 k를 찾고, 두 점 P와 Q 사이의 최소거리를 구하시오. [170점]

정답

P의 속도는 $f'(t) = 3t^2 - kt$이고, Q의 속도는 $g'(t) = kt$이다. 따라서 P와 Q의 속도가 같을 때는

$3t^2 - kt = kt \Rightarrow t(3t - 2k) = 0 \Rightarrow t = \frac{2}{3}k,\ t = 0$이다. 제시문 〈다〉에 의하여 $t = \frac{2}{3}k$이면 속도의 크기는 정수이므로 $g'\left(\frac{2}{3}k\right) = \frac{2}{3}k^2$이 정수가 되어야 한다.

k도 양의 정수이므로 $\frac{2}{3}k^2$이 정수가 되기 위해서는 k는 3의 배수이어야 한다. P와 Q 사이의 거리는

$h(t) = f(t) - g(t) = t^3 - \frac{k}{2}t^2 + 6 - \frac{k}{2}t^2 - \frac{k}{2}$다.

$h(0) = 6 - \frac{k}{2}$이고, $f(0) - g(0) > 0$이므로, $6 - \frac{k}{2} > 0$이다. 따라서 $k < 12$이다. $h'(t) = 3t^2 - 2kt = t(3t - 2k)$이므로

$t = \frac{2}{3}k$에서 $h'(t) = 0$이다. $0 < t < \frac{2}{3}k$이면 $h'(t) < 0$이고, $t > \frac{2}{3}k$이면 $h'(t) > 0$이므로 $h\left(\frac{2}{3}k\right)$가 최소거리가 된다. 그리고 $h(t) > 0$이므로

$h\left(\frac{2}{3}k\right) = \frac{8}{27}k^3 - \frac{2}{9}k^3 + 6 - \frac{2}{9}k^3 - \frac{k}{2} = -\frac{4}{27}k^3 + 6 - \frac{k}{2} > 0$이고, $6 > \frac{4}{27}k^3 + \frac{k}{2}$이다. 이때, k는 3의 배수이므로 $k = 3$이고, 최소거리는 $h(2) = -4 + 6 - \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$이다.

출제범위	교육과정 과목명	수학II
	핵심개념 및 용어	미분, 최솟값, 속도
예상 소요 시간	25분 / 전체 120분	

답안	배점
$g'(t) = 0$이 되는 점 중 양수인 $t = \frac{2}{3}k$를 찾음.	30점
$g'\left(\frac{2}{3}k\right)$가 정수임을 이용하여 k가 3의 배수임을 보임.	30점
$f(0) - g(0) > 0$임을 이용하여 $k < 12$임을 보임.	30점
$h'(t)$를 이용하여 $h\left(\frac{2}{3}k\right)$가 최소거리임을 보임.	30점
$h(t) > 0$임을 이용하여 $k = 3$임을 보임.	30점
$h(2) = \frac{1}{2}$을 구함.	20점

연계 문제 **2026학년도 수능특강 수학2 5.도함수의 활용(2) Level1 8번**

수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t\ (t \geq 0)$에서의 위치를 각각 x_1, x_2라 하면

$x_1 = t^3 - 2t^2 - 5t,\ x_2 = \frac{2}{3}t^3 - t^2 - 2t$

이다. 두 점 P, Q의 속도가 같아지는 순간 두 점 P, Q사이의 거리를 구하시오

정답

두 점 P, Q의 시각 t에서의 속도를 각각 v_1, v_2라 하자.

점 P의 시각 t에서의 속도 v_1은 $v_1 = \frac{dx_1}{dt} = 3t^2 - 4t - 5$

점 Q의 시각 t에서의 속도 v_2는 $v_2 = \frac{dx_2}{dt} = 2t^2 - 2t - 2$

$v_1 = v_2$에서 $3t^2 - 4t - 5 = 2t^2 - 2t - 2,\ t^2 - 2t - 3 = 0$

$(t+1)(t-3) = 0$

$t \geq 0$이므로 $t = 3$

$t = 3$일 때, 점 P의 위치는 $3^3 - 2 \times 3^2 - 5 \times 3 = -6$

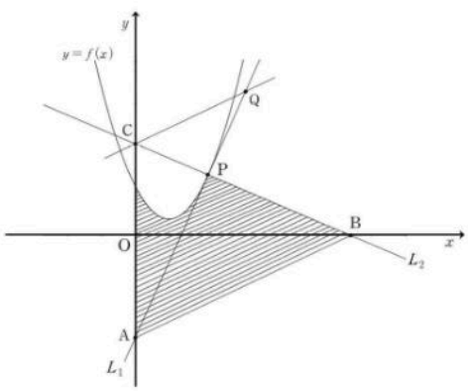
$t = 3$일 때, 점 Q의 위치는 $\frac{2}{3} \times 3^3 - 3^2 - 2 \times 3 = 3$

따라서 $t = 3$일 때 두 점 P, Q 사이의 거리는

$3 - (-6) = 9$

5 **2026학년도 고려대(세종) 자연I 5번**

그림과 같이 양수 a에 대하여 함수 $f(x)=x^2-2x+2$의 그래프 위의 한 점 $P(t,\ f(t))$에서 접하고 기울기가 2인 직선 L_1이 있다. 직선 L_2는 점 P에서 직선 L_1과 수직으로 만난다. 직선 L_1이 y축과 만나는 점을 A라 하고, 직선 L_2가 x축, y축과 만나는 점을 각각 B, C라 하자. 직선 AB와 직선 CQ가 평행하도록 하는 직선 L_1 위의 점을 Q라 하자. 두 삼각형 PAB, PCQ의 넓이를 각각 S_1, S_2라 하고 $\dfrac{S_1}{S_2}=4$일 때, 곡선 $y=f(x)$와 y축, 선분 BP 및 선분 AB로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오. [170점]



정답

점 P에서의 접선의 기울기가 2이므로 $f'(t)=2t-2=2$, $t=2$이다. 점 $P(2,\ f(2))$에서의 접선 L_1은

$y=2(x-2)+f(2)$가 되고, 접선에 수직인 직선 L_2는

$y=-\dfrac{1}{2}(x-2)+f(2)$가 된다.

두 직선 L_1과 L_2의 x절편과 y절편을 계산하면, 점 $A(0,\ f(2)-4)$, $B(2f(2)+2,\ 0)$ $C(0,\ f(2)+1)$을 구할 수 있다. 이 때, 점 P가 선분 CB를 $m:n$으로 내분하는 점이라 하면, $\dfrac{2(f(2)+1)m}{m+n}=2$, $\dfrac{(f(2)+1)n}{m+n}=f(2)$가 된다. $\dfrac{n}{m}=f(2)$이므로 삼각형 PAB와 PQC의 닮음비는

$n:m=f(2):1$이 된다.

따라서 넓이의 비는 $(f(2))^2:1$이 되므로

$\dfrac{S_1}{S_2}=(f(2))^2=4$, 즉 $f(2)=2$이다. 따라서 $a=2$ $(a>0)$이다.

문제에 주어진 부분의 넓이 S를 구하기 위해 삼각형 ABC의 넓이를 S_3, 직선 $CP\left(y=-\dfrac{1}{2}x+3\right)$과 곡선 $y=x^2-2x+2$ 및 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_4라 하면, 넓이 $S=S_3-S_4$가 된다.

$S_3=\dfrac{1}{2}\times 5\times 6=15$,

$S_4=\displaystyle\int_0^2\left\{-\frac{1}{2}x+3-(x^2-2x+2)\right\}dx=\int_0^2\left\{-x^2+\frac{3}{2}x+1\right\}dx$

$=\left[-\dfrac{1}{3}x^3+\dfrac{3}{4}x^2+x\right]_0^2=\dfrac{7}{3}$

이므로 $S=15-\dfrac{7}{3}=\dfrac{38}{3}$이다.

[별해1] $f'(x)=2x-2=2$이고, 접선의 기울기가 2이므로 $t=2$이다. $f(2)=a$라 하면 점 $P(2,\ a)$에서의 접선 L_1은 $y=2x+a-4$가 되고, 접선의 수직인 직선 L_2는 $y=-\dfrac{1}{2}x+a+1$이 된다.

직선 AB와 직선 CQ는 평행하고 마주보는 각들이 같으므로, 두 삼각형 PCQ와 PAB는 닮음이고, 넓이의 비율이 $1:4$이므로 $\overline{CP}:\overline{PB}=1:2$이다. 점 $P(2,\ a)$는 점 $C(0,\ a+1)$와 점 $B(2a+2,\ 0)$를 잇는 선분을 $1:2$로 내분하므로 $\dfrac{2a+2}{3}=2$이고, 따라서 $a=2$이다.

문제에 주어진 넓이(S)를 구하기 위해 곡선 $y=x^2-2x+2$, 직선 L_1 및 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_3라 하고, 삼각형 PAB의 넓이를 S_4라 하면, 넓이 $S=S_3+S_4$가 된다.

$S_3=\displaystyle\int_0^2\{(x^2-2x+2)-(2x-2)\}dx=\int_0^2\{x^2-4x+4\}dx$

$=\left[\dfrac{1}{3}x^3-2x^2+4x\right]_0^2=\dfrac{8}{3}$

$S_4=\dfrac{1}{2}\times\overline{PB}\times\overline{PA}=\dfrac{1}{2}\times\sqrt{20}\times\sqrt{20}=10$이므로

$S=10+\dfrac{8}{3}=\dfrac{38}{3}$이다.

[별해2] 문제에 주어진 넓이(S)를 구하기 위해 곡선 $y=x^2-2x+2$, 직선 $AB\left(y=\dfrac{1}{3}x-2\right)$, y축 및 직선 $x=2$로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_3라 하고, 직선 $PB\left(y=-\dfrac{1}{2}x+3\right)$, 직선 AB 및 직선 $x=2$로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_4라 하면, 넓이 $S=S_3+S_4$가 된다.

$S_3=\displaystyle\int_0^2\left\{(x^2-2x+2)-\left(\frac{1}{3}x-2\right)\right\}dx$

$=\displaystyle\int_0^2\left\{x^2-\frac{7}{3}x+4\right\}dx$

$=\left[\dfrac{1}{3}x^3-\dfrac{7}{6}x^2+4x\right]_0^2=6$

$S_4=\displaystyle\int_2^6\left\{\left(\frac{-1}{2}x+3\right)-\left(\frac{1}{3}x-2\right)\right\}dx$

$$= \int_2^6 \left(-\frac{5}{6}x+5\right)dx$$

$$= \left[-\frac{5}{12}x^2+5x\right]_2^6 = \frac{20}{3}$$

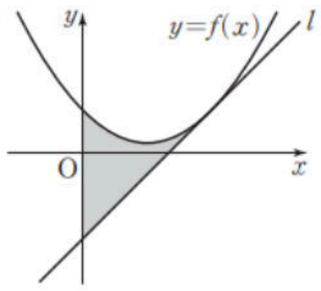
이므로 $S = 6+\frac{20}{3} = \frac{38}{3}$이다.

출제범위	교육과정 과목명	수학, 수학II, 미적분
	핵심개념 및 용어	내분, 접선, 정적분
예상 소요 시간	25분 / 전체 120분	

답안	배점
$t=2$에서의 접선 L_1과 접선에 수직인 방정식 L_2를 구함.	40점
A, B, C 점의 좌표들을 구함.	40점
$a=2$를 구함.	40점
넓이 $S=\frac{38}{3}$을 구함.	50점

연계 문제 **2026학년도 수능특강 미적분 7.정적분의 활용 Level1 4번**

함수 $f(x)=\frac{1}{3}x^2-x+0$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(3,f(3))$에서의 접선을 l이라 하자. 곡선 $y=f(x)$와 y축 및 직선 l로 둘러싸인 부분의 넓이는?



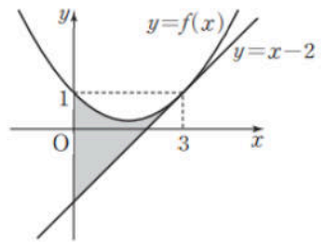
정답

$f(x)=\frac{1}{3}x^2-x+0$에서 $f'(x)=\frac{2}{3}x-1$

곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(3,f(3))$에서의 접선 l의 방정식은

$y=f'(3)(x-3)+f(3)$

이때 $f'(3)=1$, $f(3)=0$이므로 $y=x-2$



따라서 구하는 넓이는

$$\int_0^3 |f(x)-(x-2)|dx = \int_0^3 \left(\frac{1}{3}x^2-2x+3\right)dx$$

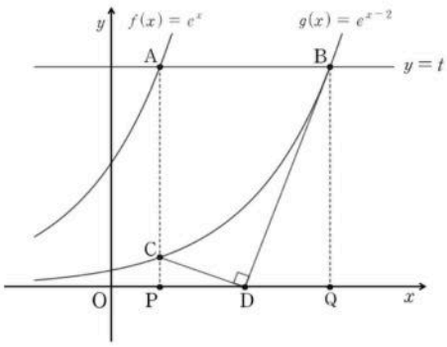
$$= \left[\frac{1}{9}x^3-x^2+3x\right]_0^3$$

$$= (3-9+9)-0$$

$$= 3$$

6 2026학년도 고려대(세종) 자연I 6번

두 함수 $f(x)=e^x$, $g(x)=e^{x-2}$가 있다. 그림과 같이 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$가 직선 $y=t$ $(1\le t\le 2)$와 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 이 두 점에서 x축 위에 내린 수선의 발을 각각 P, Q라 하자. 곡선 $y=g(x)$ 위의 점 C는 점 A와 x좌표가 같다. x축 위의 점 D에 대하여 $\angle BDC=\frac{\pi}{2}$이다. $\overline{PD}\times\overline{QD}$의 최솟값을 구하시오. [170점]



정답

점 $B(2+\ln t,\ t)$, $C\left(\ln t,\ \frac{t}{e^2}\right)$, $P(\ln t,\ 0)$, $Q(2+\ln t,\ 0)$에 대해 $\overline{PQ}=2$이므로 $\overline{PD}=x$ $(0<x<2)$라 하면 $\overline{PD}\times\overline{DQ}=x(2-x)$이다. $\angle BDC=\frac{\pi}{2}$이므로 직선 CD과 직선 BD가 서로 수직이므로 두 직선의 기울기의 곱은 -1이다.

$$\frac{\frac{t}{e^2}}{x}\times\frac{t}{2-x}=-1 \Rightarrow x(2-x)=\frac{t^2}{e^2}$$

이므로 $1\le t\le 2$에서 $\overline{PD}\times\overline{DQ}=\frac{t^2}{e^2}$의 최솟값은 $\frac{1}{e^2}$이다.

[별해]

각 점의 좌표를 구하면 점 $B(2+\ln t,\ t)$, $C\left(\ln t,\ \frac{t}{e^2}\right)$, $P(\ln t,\ 0)$, $Q(2+\ln t,\ 0)$이다. 선분 BC를 빗변으로 하는 직각삼각형 BCD에 대해 $\overline{BC}^2=\overline{CD}^2+\overline{BD}^2$이며 삼각형 CPD와 BQD도 직각삼각형이므로 $\overline{CD}^2=\overline{CP}^2+\overline{PD}^2$, $\overline{BD}^2=\overline{BQ}^2+\overline{DQ}^2$를 만족한다.

따라서 $\overline{BC}^2=(\overline{CP}^2+\overline{PD}^2)+(\overline{BQ}^2+\overline{DQ}^2)$

$=\overline{CP}^2+\overline{BQ}^2+(\overline{PD}+\overline{DQ})^2-2\overline{PD}\times\overline{DQ}$

$=\overline{CP}^2+\overline{BQ}^2+\overline{PQ}^2-2\overline{PD}\times\overline{DQ}$

$\overline{BC}^2=4+\left(t-\frac{t}{e^2}\right)^2$, $\overline{CP}^2=\frac{t^2}{e^4}$, $\overline{BQ}^2=t^2$, $\overline{PQ}^2=4$이므로 위 식에 대입하면

$4+\left(t-\frac{t}{e^2}\right)^2=\frac{t^2}{e^4}+t^2+4-2\overline{PD}\times\overline{DQ}$이므로

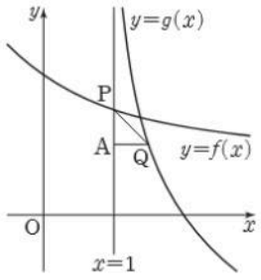
$\overline{PD}\times\overline{DQ}=\frac{t^2}{e^2}$이다. $y=\frac{t^2}{e^2}$은 $t\ge 0$에서 증가하므로 $1\le t\le 2$에서 최솟값은 $\frac{1}{e^2}$이다.

출제범위	교육과정 과목명	수학 I, 미적분
	핵심개념 및 용어	지수함수, 두 직선의 수직관계
예상 소요 시간	25분 / 전체 120분	

답안	배점
$\overline{PQ}=2$임을 구함.	35점
$\overline{PD}\times\overline{DQ}$의 식을 올바르게 구함.	45점
$\overline{PD}\times\overline{DQ}=\frac{t^2}{e^2}$를 구함.	60점
최솟값 $\frac{1}{e^2}$을 구함.	30점

연계 문제 **2026학년도 수능완성 1.지수함수와 로그함수 26번**

그림과 같이 두 함수 $f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^{x}+a$, $g(x)=-\log_2(x-b)$에 대하여 직선 $x=1$과 함수 $y=f(x)$의 그래프는 한 점 P에서 만나고, 직선 $x=k$와 함수 $y=g(x)$의 그래프가 만나도록 하는 모든 실수 k의 값의 범위는 $k>1$이다. 함수 $y=g(x)$의 그래프 위의 점 Q와 점 $A(1,\ 1)$에 대하여 삼각형 PAQ가 $\angle PAQ=\frac{\pi}{2}$인 직각이등변삼각형일 때, $a+b$의 값은? (단, a, b는 상수이고, $a>\frac{1}{2}$이다.)



정답

직선 $x=k$와 함수 $y=g(x)$의 그래프가 만나도록 하는 모든 실수 k의 값의 범위는 $k>1$이므로 함수 $y=g(x)$의 그래프의 점근선은 직선 $x=1$이다. 즉, $b=1$

$f(1)=\frac{1}{2}+a$이므로 $P\left(1,\ a+\frac{1}{2}\right)$이고 $\overline{AP}=a-\frac{1}{2}$

$\angle PAQ=\frac{\pi}{2}$, $\overline{AP}=\overline{AQ}$에서

점 Q는 직선 $y=1$ 위의 점이고 $\overline{AP}=\overline{AQ}=a-\frac{1}{2}$이므로

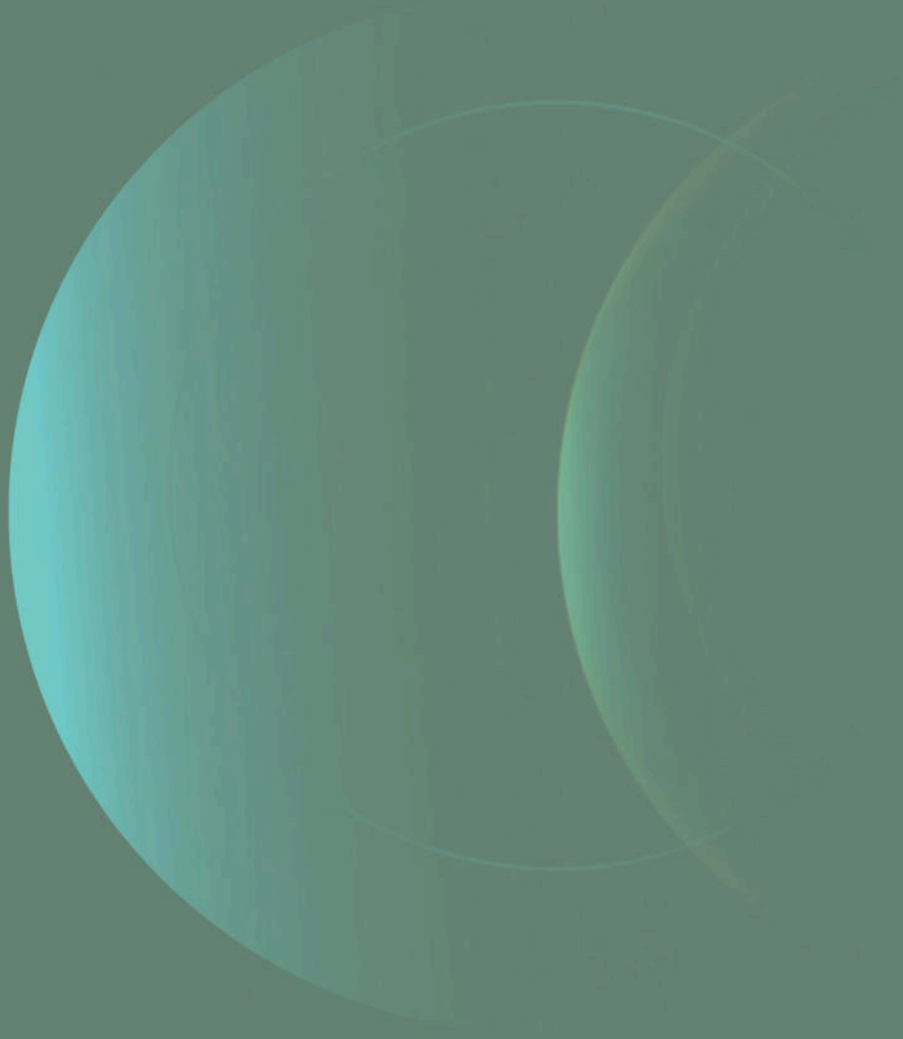
$Q\left(a+\frac{1}{2},\ 1\right)$

점 Q가 함수 $y=g(x)$의 그래프 위의 점이므로

$1=-\log_2\left(a+\frac{1}{2}-1\right)$, $\log_2\left(a-\frac{1}{2}\right)=-1$

$a-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$이므로 $a=1$

따라서 $a+b=1+1=2$



STUGYM MATH

CHAPTER

2

고려대(세종) 변형문제

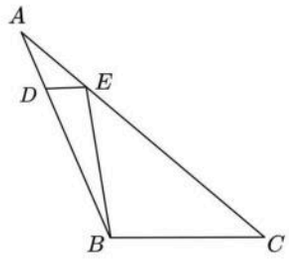
contents

01 수학1
02 수학2

2 수학1, 수학2 변형문제

난이도 ★★★★★

001 27학년도 수능특강 수학1
1. 지수와 로그 Level3 2번
파워업 17



그림과 같이 $BC=\log_{\sqrt{3}}16$인 삼각형 ABC의 두 변 AB, AC 위에 두 선분 BC, DE가 평행하도록 각각 두 점 D, E를 잡는다. $DE=\log_5 3$이고 삼각형 ADE의 넓이가 $\log_5 2$일 때, 삼각형 ABE의 넓이를 구하는 과정을 서술하시오.

난이도 ★★★★★

002 27학년도 수능특강 수학1
2. 지수함수와 로그함수 대표기출문제
파워업 41

곡선 $y=\frac{(1}{2)^{x-3}}$과 직선 $y=x$가 만나는 점의 x좌표를 k라 하자. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다. $x>k$인 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=\frac{(1}{2)^{x-3}}$이고 $f(f(x))=5x$이다. $f(\frac{1}{k^3\times 2^{3k}})$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

난이도 ★★★★★

003 27학년도 수능특강 수학1
3. 삼각함수 Level2 4번
파워업 60

두 실수 a, $b(a>0)$에 대하여 $0 \le x \le 4\pi$에서 정의된 함수 $f(x)$가 다음과 같다. $f(x)=4\sin x(0 \le x \le 2\pi)$, $a\cos x+b(2\pi<x \le 4\pi)$모든 실수 t에 대하여 함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=t$가 만나는 점의 개수가 3이 되지 않도록 하는 a, b의 모든 순서쌍 (a,b)의 개수를 구하는 과정을 서술하시오.

난이도 ★★★★★

004 27학년도 수능특강 수학1
4.사인법칙과 코사인법칙 유제 6번
파워업 74

자연수 n에 대하여 $AB=n(n+1)BC$인 삼각형 ABC에서 $2\sin C\frac{\sin(\pi}{2}-A)-\sin A\cos(\pi-C)=2\sin B$가 성립한다. $\cos B$의 값을 수열 $\{a_n\}$이라 할 때, $\sum_{k=1}^{5}a_k$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

2 수학1, 수학2 변형문제

난이도 ★★★★★

005 27학년도 수능특강 수학1
5.등차수열과 등비수열 Level2 6번
파워업 112

첫째항이 정수인 등비수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $2a_1(a_1+a_3)=5a_2(a_1+a_2)$

(나) $a_p \times a_q = -18$인 두 자연수 p, $q(p<q)$가 존재한다.

$a_3>0$일 때, a_p-a_q의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

난이도 ★★★★★

006 27학년도 수능특강 수학1
6.수열의 합과 수학적 귀납법 대표기출문제
파워업 142

$a_1=6$인 수열 $\{a_n\}$과 $b_1=1$인 등차수열 $\{b_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 $\sum_{k=1}^{n}\frac{a_k}{b_{k+1}}=n^2+n$을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^{5}a_k$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

$a_1=6$인 수열 $\{a_n\}$과 $b_1=1$인 등차수열 $\{b_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 $\sum_{k=1}^{n}\frac{a_k}{b_{k+1}}=n^2+n$을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^{5}a_k$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

MEMO

2 수학1, 수학2 변형문제

난이도 ★★★★★

007

27학년도 수능특강 수학2
1. 함수의 극한 Level2 5번
파워업 160

이차함수 $f(x)$에 대하여 $\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-3}{(x-2)f(x)+f(k)}$의 값이 존재하지 않도록 하는 실수 k의 값이 1과 5뿐일 때, $f(4)$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

이차함수 $f(x)$에 대하여 $\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-3}{(x-2)f(x)+f(k)}$의 값이 존재하지 않도록 하는 실수 k의 값이 1과 5뿐일 때, $f(4)$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

난이도 ★★★★★

008

27학년도 수능특강 수학2
2.함수의 연속 Level2 2번
파워업 178

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(x)^2-(2x+8)f(x)-3x^2+24x=0$을 만족시킨다. $f(1)+f(3)=8$일 때, $f(0)+f(4)$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(x)^2-(2x+8)f(x)-3x^2+24x=0$을 만족시킨다. $f(1)+f(3)=8$일 때, $f(0)+f(4)$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

난이도 ★★★★★

009 27학년도 수능특강 수학2
3.미분계수와 도함수 Level3 1번
파워업 206

다음 조건을 만족시키는 모든 다항함수 $f(x)$에 대하여 $f(0)$의 최댓값을 구하는 과정을 서술하시오.

(가) $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^2}$의 값이 존재하고, $\lim_{x\to 2}\frac{x^2-5x+6}{f(x)-5}=1$이다.

(나) 부등식 $f(x)>6$을 만족시키는 실수는 존재하지 않는다.

다음 조건을 만족시키는 모든 다항함수 $f(x)$에 대하여 $f(0)$의 최댓값을 구하는 과정을 서술하시오.

(가) $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^2}$의 값이 존재하고, $\lim_{x\to 2}\frac{x^2-5x+6}{f(x)-5}=1$이다.

(나) 부등식 $f(x)>6$을 만족시키는 실수는 존재하지 않는다.

난이도 ★★★★★

010 27학년도 수능특강 수학2
5.도함수의 활용(2) 유제 4번
파워업 235

함수 $f(x)=x^4-2x^3+ax^2-8x+16$이 모든 실수 x에 대하여 부등식 $f(x)\geq f'(x)$를 만족시킬 때, 상수 a의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

함수 $f(x)=x^4-2x^3+ax^2-8x+16$이 모든 실수 x에 대하여 부등식 $f(x)\geq f'(x)$를 만족시킬 때, 상수 a의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

2 수학1, 수학2 변형문제

난이도 ★★★★

011

27학년도 수능특강 수학2
6.부정적분과 정적분 Level2 1번
파워업 262

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $xf'(x)+3f(x)=24x^3-15x^2+8x$를 만족시킬 때, $f(3)$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $xf'(x)+3f(x)=24x^3-15x^2+8x$를 만족시킬 때, $f(3)$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

난이도 ★★★★★

012

27학년도 수능특강 수학2
7.정적분의 활용 Level2 4번
파워업 284

함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $1 \le x \le 6$일 때 $f(x)=-6x^2+43x-36$이다.

(나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x+5)=f(x)+5$이다. 함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=x$ 및 두 직선 $x=0$, $x=30$으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하는 과정을 서술하시오.

함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $1 \le x \le 6$일 때 $f(x)=-6x^2+43x-36$이다.

(나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x+5)=f(x)+5$이다. 함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=x$ 및 두 직선 $x=0$, $x=30$으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하는 과정을 서술하시오.

난이도 ★★★★★

013

27학년도 수능특강 미적분
1.수열의 극한 Level3 1번
파워업 489

두 양의 상수 p, q와 자연수 n에 대하여 함수 $f(x)=x^3+2pnx^2-3qnx$라 하자. 곡선 $y=f(x)$가 x축과 만나는 양의 실수인 점의 x좌표를 a_n이라 하고, 함수 $f(x)$가 $x=b_n$에서 극솟값을 갖는다고 하자. $\lim_{n\to\infty}a_n=12$이고 $\lim_{n\to\infty}\frac{f(b_n)}{n}=-144$일 때, $p+q$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

두 양의 상수 p, q와 자연수 n에 대하여 함수 $f(x)=x^3+2pnx^2-3qnx$라 하자. 곡선 $y=f(x)$가 x축과 만나는 양의 실수인 점의 x좌표를 a_n이라 하고, 함수 $f(x)$가 $x=b_n$에서 극솟값을 갖는다고 하자. $\lim_{n\to\infty}a_n=12$이고 $\lim_{n\to\infty}\frac{f(b_n)}{n}=-144$일 때, $p+q$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

난이도 ★★★★★

014

27학년도 수능특강 미적분
1.수열의 극한 Level3 2번
파워업 490

자연수 n에 대하여 곡선 $y=x^2-8nx+16n^2$ 위의 점 $(2n,4n^2)$에서의 접선을 l_n이라 하자. 직선 l_n이 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 할 때, 선분 $AC=BC$가 되도록 x축 위의 점 C를 잡는다. 점 C의 x좌표를 a_n, 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{R_n}{n^3}$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

자연수 n에 대하여 곡선 $y=x^2-8nx+16n^2$ 위의 점 $(2n,4n^2)$에서의 접선을 l_n이라 하자. 직선 l_n이 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 할 때, 선분 $AC=BC$가 되도록 x축 위의 점 C를 잡는다. 점 C의 x좌표를 a_n, 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{R_n}{n^3}$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

2 수학1, 수학2 변형문제

난이도 ★★★★★

015

27학년도 수능특강 미적분
1.수열의 극한 Level3 3번
파워업 491

함수 $f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{(x-2)^{2n+1}+(3x-2)^{n+1}}{(x-2)^{2n}+(3x-2)^{n}}$에 대하여 $f(x)=10$을 만족시키는 모든 실수 x의 값의 합을 구하는 과정을 서술하시오.

함수 $f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{(x-2)^{2n+1}+(3x-2)^{n+1}}{(x-2)^{2n}+(3x-2)^{n}}$에 대하여 $f(x)=10$을 만족시키는 모든 실수 x의 값의 합을 구하는 과정을 서술하시오.

난이도 ★★★★★

016

27학년도 수능특강 미적분
2.급수 Level3 1번
파워업 493

모든 항이 0이 아닌 정수이고 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$이 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{a_n a_{n+1}}=-\frac{1}{42}$, $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{|a_n||a_{n+1}|}=\frac{79}{210}$를 만족시킬 때, a_{10}의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

난이도 ★★★★

017

27학년도 수능특강 미적분
2.급수 Level3 2번
파워업 494

자연수 n에 대하여 점 A_n을 다음 규칙에 따라 정한다.

(가) 점 A_{2n-1}을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동시킨 점이 A_{2n}이다.

(나) 점 A_{2n}을 지나고 x축에 평행한 직선이 직선 $y=4x$와 만나는 점이 A_{2n+1}이다. $A_{1(4,16)}$일 때, 급수 $\sum_{n=1}^{\infty}\overline{A_{2n-1}A_{2n}}$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

난이도 ★★★★★

018

27학년도 수능특강 미적분
2.급수 Level3 3번
파워업 495

첫째항과 공비가 모두 0이 아닌 두 등비수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여 두 급수 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty}b_n$이 각각 수렴하고, 다음 두 조건이 성립한다.

(가) $\sum_{n=1}^{\infty}a_n=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{5}|a_{2n-1}|$

(나) $\sum_{n=1}^{\infty}|a_nb_n|=(\sum_{n=1}^{\infty}a_n)\times(\sum_{n=1}^{\infty}b_n)\sum_{n=1}^{\infty}|a_nb_n|=k\times\sum_{n=1}^{\infty}a_nb_n$일 때, 상수 k의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

2 수학1, 수학2 변형문제

난이도 ★★★★★

019

27학년도 수능특강 미적분
3.여러 가지 함수의 미분 Level3 1번
파워업 497

1이 아닌 두 양수 a, b에 대하여 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)=a^x+\log_b x$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x\to 0}\frac{f(e^{2x})-a}{x}=8$

(나) 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(1,f(1))$에서의 접선과 점 $(2,f(2))$에서의 접선이 이루는 예각의 크기를 θ라 하면 $\tan\theta=\frac{2}{9}$이다. $f'(1)>f'(2)$일 때, $f(1)$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

난이도 ★★★★★

020

27학년도 수능특강 미적분
3.여러 가지 함수의 미분 Level3 2번
파워업 498

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(0)$의 값을 구하는 과정을 서술하시오. (단, a, b는 상수이다.)

(가) 모든 실수 x에 대하여 $(x-2)^2f(x)=x^2(e^{x^{2-4x+4}}-1)+a\cos(\frac{\pi}{2}x)+b$이다.

(나) $f(2)=2\pi^2f(0)$

CHAPTER

3

고려대(세종) 변형문제 해설

contents

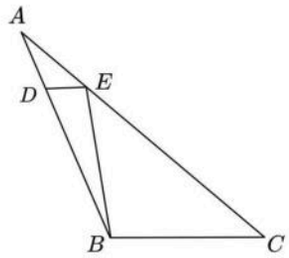
01 수학1
02 수학2

3 수학1, 수학2 변형문제 해설

난이도 ★★★★★

001

27학년도 수능특강 수학1
1. 지수와 로그 Level3 2번
파워업 17



그림과 같이 $BC=\log_{\sqrt{3}}16$인 삼각형 ABC의 두 변 AB, AC 위에 두 선분 BC, DE가 평행하도록 각각 두 점 D, E를 잡는다. $DE=\log_5 3$이고 삼각형 ADE의 넓이가 $\log_5 2$일 때, 삼각형 ABE의 넓이를 구하는 과정을 서술하시오.

정답

점 A에서 직선 DE에 내린 수선의 발을 F라 하면 $DE=\log_5 3$이고 삼각형 ADE의 넓이가 $\log_5 2$이므로

$\frac{1}{2}\times\log_5 3\times AF=\log_5 2$이다.

$AF=\frac{2\log_5 2}{\log_5 3}=2\log_3 2$이다.

또한 점 A를 지나고 직선 BC에 평행한 직선과 점 B를 지나고 직선 BC에 수직인 직선이 만나는 점을 G, 직선 DE와 직선 BG가 만나는 점을 H라 하자. 이때 두 삼각형 ABC, GBC는 서로 넓이가 같고, 두 삼각형 EBC, HBC도 서로 넓이가 같다. 따라서 삼각형 ABE의 넓이는 삼각형 GHC의 넓이와 같으므로

$\frac{1}{2}\times AF\times BC=\frac{1}{2}\times 2\log_3 2\times\log_{\sqrt{3}}16=\log_3 2\times 8\log_3 2=8(\log_3 2)^2$

이다.

따라서 구하는 넓이는 $8(\log_3 2)^2$이다.

난이도 ★★★★★

002

27학년도 수능특강 수학1
2. 지수함수와 로그함수 대표기출문제
파워업 41

곡선 $y=\frac{(1}{2)^{x-3}}$과 직선 $y=x$가 만나는 점의 x좌표를 k라 하자. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다. $x>k$인 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=\frac{(1}{2)^{x-3}}$이고 $f(f(x))=5x$이다. $f(\frac{1}{k^3\times 2^{3k}})$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

정답

곡선 $y=\frac{(1}{2)^{x-3}}$과 직선 $y=x$가 만나는 점의 x좌표가 k이므로 $\frac{(1}{2)^{k-3}}=k$이다.

즉, $k\times 2^{k-3}=1$에서 $k\times 2^k=8$이다.

$f(\frac{1}{k^3\times 2^{3k}})=f(\frac{1}{(k\times 2^k)^3})=f(\frac{1}{8^3})=f(\frac{1}{2^9})\cdots\cdots(1)$ 또한 $x=1$일 때 $\frac{(1}{2)^{1-3}}=4>1$이고, $x=2$일 때 $\frac{(1}{2)^{2-3}}=2=2$이므로 $k=2$이다.

이때 $x>k$에서 함수 $f(x)=\frac{(1}{2)^{x-3}}$은 감소한다.

그러므로 (1)에서 $f(a)=\frac{1}{2^9}$을 만족하는 실수 $a(a>k)$가 유일하게 존재한다.

$\frac{(1}{2)^{a-3}}=\frac{1}{2^9}$에서 $a-3=9$, 즉 $a=12$이다.

따라서 조건 $f(f(x))=5x$에 의하여 구하는 값은 $f(\frac{1}{2^9})=f(f(a))=5a=5\times 12=60$이다.

난이도 ★★★★★

003

27학년도 수능특강 수학1
3. 삼각함수 Level2 4번
파워업 60

두 실수 a, $b(a>0)$에 대하여 $0 \le x \le 4\pi$에서 정의된 함수 $f(x)$가 다음과 같다. $f(x)=4\sin x(0 \le x \le 2\pi)$, $a\cos x+b(2\pi < x \le 4\pi)$모든 실수 t에 대하여 함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=t$가 만나는 점의 개수가 3이 되지 않도록 하는 a, b의 모든 순서쌍 (a,b)의 개수를 구하는 과정을 서술하시오.

정답

$0 \le x \le 2\pi$에서 함수 $y=4\sin x$의 그래프와 직선 $y=t$가 만나는 점의 개수를 $p(t)$라 하면 $t=0$일 때 $p(t)=3-4<t<0$ 또는 $0<t<4$일 때 $p(t)=2t=4$ 또는 $t=-4$일 때 $p(t)=1t<-4$ 또는 $t>4$일 때 $p(t)=0$이다.
$2\pi < x \le 4\pi$에서 함수 $y=a\cos x+b$의 그래프와 직선 $y=t$가 만나는 점의 개수를 $q(t)$라 하면 $-a+b<t<a+b$일 때 $q(t)=2t=-a+b$ 또는 $t=a+b$일 때 $q(t)=1t<-a+b$ 또는 $t>a+b$일 때 $q(t)=0$이다.
모든 실수 t에 대하여 $p(t)+q(t) \neq 3$이고 $p(0)=3$이므로 $q(0)=0$이어야 한다.
따라서 0은 열린 구간 $(-a+b,a+b)$에 포함되지 않고 경계값일 때도 $q(t)=1$이 되어 안 되므로, 0은 $[-a+b,a+b]$에 속하지 않아야 한다.
(i) $a+b>4$인 경우 $p(4)+q(4)=1+2=3$이 되어 모순이다.
(ii) $0<a+b<4$인 경우 $p(a+b)+q(a+b)=2+1=3$이 되어 모순이다.
(iii) $-a+b<-4$인 경우 $p(-4)+q(-4)=1+2=3$이 되어 모순이다.
(iv) $-4<-a+b<0$인 경우
$p(-a+b)+q(-a+b)=2+1=3$이 되어 모순이다.
따라서 $a+b=0$ 또는 $a+b=4$이고, $-a+b=0$ 또는 $-a+b=-4$이어야 한다.
$a+b=0$, $-a+b=-4$에서 $a=2$, $b=-2a+b=0$, $-a+b=0$에서 $a=0$ ($a>0$조건 위배) $a+b=4$, $-a+b=-4$에서 $a=4$, $b=0a+b=4$, $-a+b=0$에서 $a=2$, $b=2$ 따라서 조건을 만족시키는 모든 순서쌍 (a,b)는 $(2,-2)$, $(4,0)$, $(2,2)$이고, 그 개수는 3이다.

난이도 ★★★★★

004

27학년도 수능특강 수학1
4.사인법칙과 코사인법칙 유제 6번
파워업 74

자연수 n에 대하여 $AB=n(n+1)BC$인 삼각형 ABC에서 $2\sin C\frac{\sin(\pi}{2}-A)-\sin A\cos(\pi-C)=2\sin B$가 성립한다.

$\cos B$의 값을 수열 $\{a_n\}$이라 할 때, $\sum_{k=1}^{5}a_k$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

정답

$\frac{\sin(\pi}{2}-A)=\cos A$, $\cos(\pi-C)=-\cos C$이므로 주어진 식은 $2\sin C\cos A+\sin A\cos C=2\sin B$이다.
삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R, $AB=c$, $BC=a$, $CA=b$라 하면 사인법칙과 코사인법칙에 의하여 $2\times\frac{c}{2R}\times\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}+\frac{a}{2R}\times\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=2\times\frac{b}{2R}$이다.
양변에 $2R$을 곱하고 약분하면 $\frac{b^2+c^2-a^2}{b}+\frac{a^2+b^2-c^2}{2b}=2b$이다.
양변에 $2b$를 곱하면 $2(b^2+c^2-a^{2)}+(a^2+b^2-c^{2)}=4b^2$이다.
$2b^2+2c^2-2a^2+a^2+b^2-c^2=4b^23b^2+c^2-a^2=4b^2$에서
$c^2=a^2+b^2$이다.
따라서 삼각형 ABC는 $\angle C=90^\circ$인 직각삼각형이다.
직각삼각형 ABC에서 $\cos B=\frac{a}{c}=\frac{BC}{AB}$이고,
$AB=n(n+1)BC$이므로
$a_n=\cos B=\frac{BC}{n(n+1)BC}=\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$이다.
$\sum_{k=1}^{5}a_k=\sum_{k=1}^{5}(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1})$
$=(1-\frac{1}{2})+(\frac{1}{2}-\frac{1}{3})+\cdots+(\frac{1}{5}-\frac{1}{6})=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$
이다.
따라서 구하는 값은 $\frac{5}{6}$이다.

3 수학1, 수학2 변형문제 해설

난이도 ★★★★★

005 27학년도 수능특강 수학1 5.등차수열과 등비수열 Level2 6번

파워업 112

첫째항이 정수인 등비수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $2a_1(a_1+a_3)=5a_2(a_1+a_2)$

(나) $a_p \times a_q=-18$인 두 자연수 p, $q(p<q)$가 존재한다.

$a_3>0$일 때, a_p-a_q의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

정답

등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항을 a, 공비를 r이라 하면 $a_n=ar^{n-1}$이다.

조건 (가)에서 $2a(a+ar^2)=5ar(a+ar)$이다.

만약 $a=0$이면 $a_p \times a_q=0$이 되어 조건 (나)를 만족시킬 수 없다.

$a\neq 0$이므로 양변을 a^2으로 나누면 $2(1+r^2)=5r(1+r)$이고

$2+2r^2=5r+5r^2$이다. $3r^2+5r-2=0$, $(3r-1)(r+2)=0$

이므로 $r=\frac{1}{3}$ 또는 $r=-2$이다.

……(1)조건 (나)에서

$a_p \times a_q=(ar^{p-1})(ar^{q-1})=a^2r^{p+q-2}=-18$이다.

$a^2 \geq 0$이므로 $r^{p+q-2}<0$이어야 한다.

즉, 공비 r은 음수이어야 하므로 (1)에서 $r=-2$이다.

$a^2(-2)^{p+q-2}=-18$에서 $a^2\times(-1)\times 2^{p+q-2}=-18$, 즉

$a^2\times 2^{p+q-2}=18$이다.

a는 정수이고 2^{p+q-2}는 2의 거듭제곱이므로 $18=9\times 2$에서

$a^2=9$이고 $2^{p+q-2}=2^1$이다.

$a^2=9$에서 $a=3$ 또는 $a=-3$이다.

조건에서 $a_3=ar^2=a(-2)^2=4a>0$이므로 $a=3$이다.

$2^{p+q-2}=2^1$에서 $p+q-2=1$이므로 $p+q=3$이다.

$p<q$인 자연수이므로 $p=1$, $q=2$이다.

따라서 구하는 값

$a_p-a_q=a_1-a_2=a-ar=3-3(-2)=3+6=9$이다.

난이도 ★★★★★

006 27학년도 수능특강 수학1 6.수열의 합과 수학적 귀납법 대표기출문제

파워업 142

$a_1=6$인 수열 $\{a_n\}$과 $b_1=1$인 등차수열 $\{b_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 $\sum_{k=1}^{n}\frac{a_k}{b_{k+1}}=n^2+n$을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^{5}a_k$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

$a_1=6$인 수열 $\{a_n\}$과 $b_1=1$인 등차수열 $\{b_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 $\sum_{k=1}^{n}\frac{a_k}{b_{k+1}}=n^2+n$을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^{5}a_k$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

정답

주어진 식에 $n=1$을 대입하면 $\frac{a_1}{b_2}=1^2+1=2$이다.

$a_1=6$이므로 $\frac{6}{b_2}=2$에서 $b_2=3$이다.

등차수열 $\{b_n\}$의 첫째항이 1, 두 번째 항이 3이므로 공차는 2이다.

즉, $b_n=1+(n-1)\times 2=2n-1$이다.

한편, $n\geq 2$일 때

$$\frac{a_n}{b_{n+1}}=\sum_{k=1}^{n}\frac{a_k}{b_{k+1}}-\sum_{k=1}^{n-1}\frac{a_k}{b_{k+1}}$$

$$=(n^2+n)-(n-1)^2+(n-1)=(n^2+n)-(n^2-n)=2n$$

이다.

따라서

$a_n=2n\times b_{n+1}=2n2(n+1)-1=2n(2n+1)=4n^2+2n$이다.

(이 식은 $n=1$일 때도 $a_1=6$으로 성립한다.)

$$\sum_{k=1}^{5}a_k=\sum_{k=1}^{5}(4k^2+2k)=4\sum_{k=1}^{5}k^2+2\sum_{k=1}^{5}k$$

$$=4\times\frac{5\times 6\times 11}{6}+2\times\frac{5\times 6}{2}=4\times 55+30=220+30=250$$

이다.

따라서 구하는 값은 250이다.

주어진 식에 $n=1$을 대입하면 $\frac{a_1}{b_2}=1^2+1=2$이다.

$a_1=6$이므로 $\frac{6}{b_2}=2$에서 $b_2=3$이다.

등차수열 $\{b_n\}$의 첫째항이 1, 두 번째 항이 3이므로 공차는 2이다.

즉, $b_n=1+(n-1)\times 2=2n-1$이다.

한편, $n\geq 2$일 때

$$\frac{a_n}{b_{n+1}}=\sum_{k=1}^{n}\frac{a_k}{b_{k+1}}-\sum_{k=1}^{n-1}\frac{a_k}{b_{k+1}}=(n^2+n)-(n-1)^2+(n-1)=(n^2+n)-(n^2-$$

이다.

따라서

$a_n = 2n \times b_{n+1} = 2n2(n+1)-1 = 2n(2n+1) = 4n^2+2n$이다.

(이 식은 $n=1$일 때도 $a_1 = 6$으로 성립한다.)

$$\sum_{k=1}^{5} a_k = \sum_{k=1}^{5} (4k^2+2k) = 4\sum_{k=1}^{5} k^2 + 2\sum_{k=1}^{5} k$$

$$= 4 \times \frac{5 \times 6 \times 11}{6} + 2 \times \frac{5 \times 6}{2} = 4 \times 55 + 30 = 220 + 30 = 250$$

이다.

따라서 구하는 값은 250이다.

3 수학1, 수학2 변형문제 해설

난이도 ★★★★★

007

27학년도 수능특강 수학2
1. 함수의 극한 Level2 5번
파워업 160

이차함수 $f(x)$에 대하여 $\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-3}{(x-2)f(x)+f(k)}$의 값이 존재하지 않도록 하는 실수 k의 값이 1과 5뿐일 때, $f(4)$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

이차함수 $f(x)$에 대하여 $\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-3}{(x-2)f(x)+f(k)}$의 값이 존재하지 않도록 하는 실수 k의 값이 1과 5뿐일 때, $f(4)$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

정답

$x\to 2$일 때 극한값이 존재하기 위한 필요조건을 생각해보면, 분모가 0으로 가므로 분자도 0으로 가야 한다.

따라서 $\lim_{x\to 2} f(x)-3=f(2)-3=0$이므로 $f(2)=3$이다.

이 극한값이 존재하지 않는 경우는 분모의 $f(x)+f(k)$가 $x\to 2$일 때 0이 되는 경우이다.

즉, $f(2)+f(k)=0$에서 $3+f(k)=0$, $f(k)=-3$이다.

이를 만족하는 실수 k가 1과 5뿐이므로 이차함수 $f(x)$는 $f(1)=-3$, $f(5)=-3$을 만족한다.

따라서 이차함수 $f(x)$를 $f(x)=a(x-1)(x-5)-3$ (단, $a\neq 0$) 으로 놓을 수 있다.

$f(2)=3$이므로 $f(2)=a(1)(-3)-3=3-3a=6$에서 $a=-2$이다.

즉, $f(x)=-2(x-1)(x-5)-3$이다.

구하는 값은 $f(4)=-2(3)(-1)-3=6-3=3$이다.

$x\to 2$일 때 극한값이 존재하기 위한 필요조건을 생각해보면, 분모가 0으로 가므로 분자도 0으로 가야 한다.

따라서 $\lim_{x\to 2} f(x)-3=f(2)-3=0$이므로 $f(2)=3$이다.

이 극한값이 존재하지 않는 경우는 분모의 $f(x)+f(k)$가 $x\to 2$일 때 0이 되는 경우이다.

즉, $f(2)+f(k)=0$에서 $3+f(k)=0$, $f(k)=-3$이다.

이를 만족하는 실수 k가 1과 5뿐이므로 이차함수 $f(x)$는 $f(1)=-3$, $f(5)=-3$을 만족한다.

따라서 이차함수 $f(x)$를 $f(x)=a(x-1)(x-5)-3$ (단, $a\neq 0$) 으로 놓을 수 있다.

$f(2)=3$이므로 $f(2)=a(1)(-3)-3=3-3a=6$에서 $a=-2$이다.

즉, $f(x)=-2(x-1)(x-5)-3$이다.

구하는 값은 $f(4)=-2(3)(-1)-3=6-3=3$이다.

난이도 ★★★★★

008

27학년도 수능특강 수학2
2.함수의 연속 Level2 2번
파워업 178

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(x)^2-(2x+8)f(x)-3x^2+24x=0$을 만족시킨다. $f(1)+f(3)=8$일 때, $f(0)+f(4)$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(x)^2-(2x+8)f(x)-3x^2+24x=0$을 만족시킨다. $f(1)+f(3)=8$일 때, $f(0)+f(4)$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

정답

주어진 식을 $f(x)$에 대하여 정리하고 인수분해하면

$f(x)^2-(2x+8)f(x)-3x(x-8)=0f(x)-3xf(x)-(-x+8)=0$

이다.

따라서 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=3x$ 또는 $f(x)=-x+8$이다.

두 직선 $y=3x$와 $y=-x+8$의 교점의 x좌표는 $3x=-x+8$에서 $4x=8$, 즉 $x=2$이다.

함수 $f(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이므로 $x=2$를 기준으로 함수식이 바뀔 수 있다.

$x=1$은 $x<2$의 범위에 속하고, $x=3$은 $x>2$의 범위에 속한다.

직선 $y=3x$ 위의 점: $(1,3)$, $(3,9)$직선 $y=-x+8$ 위의 점: $(1,7)$, $(3,5)f(1)+f(3)=8$을 만족하는 경우는 $f(1)=3$이고 $f(3)=5$인 경우뿐이다.

따라서 $f(x)$는 $x\leq 2$일 때 $f(x)=3x$이고, $x>2$일 때 $f(x)=-x+8$이다.

그러므로 $f(0)=3\times 0=0$이고, $f(4)=-4+8=4$이다.

따라서 $f(0)+f(4)=0+4=4$이다.

주어진 식을 $f(x)$에 대하여 정리하고 인수분해하면

$f(x)^2-(2x+8)f(x)-3x(x-8)=0f(x)-3xf(x)-(-x+8)=0$

이다.

따라서 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=3x$ 또는 $f(x)=-x+8$이다.

두 직선 $y=3x$와 $y=-x+8$의 교점의 x좌표는 $3x=-x+8$에서 $4x=8$, 즉 $x=2$이다.

함수 $f(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이므로 $x=2$를 기준으로 함수식이 바뀔 수 있다.

$x=1$은 $x<2$의 범위에 속하고, $x=3$은 $x>2$의 범위에 속한다.

직선 $y=3x$ 위의 점: $(1,3)$, $(3,9)$직선 $y=-x+8$ 위의 점: $(1,7)$, $(3,5)f(1)+f(3)=8$을 만족하는 경우는 $f(1)=3$이고 $f(3)=5$인 경우뿐이다.

따라서 $f(x)$는 $x\leq 2$일 때 $f(x)=3x$이고, $x>2$일 때 $f(x)=-x+8$이다.

그러므로 $f(0)=3\times 0=0$이고, $f(4)=-4+8=4$이다.

따라서 $f(0)+f(4)=0+4=4$이다.

난이도 ★★★★★

009 27학년도 수능특강 수학2
3.미분계수와 도함수 Level3 1번
파워업 206

다음 조건을 만족시키는 모든 다항함수 $f(x)$에 대하여 $f(0)$의 최댓값을 구하는 과정을 서술하시오.

(가) $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^2}$의 값이 존재하고, $\lim_{x\to 2}\frac{x^2-5x+6}{f(x)-5}=1$이다.

(나) 부등식 $f(x)>6$을 만족시키는 실수는 존재하지 않는다.

다음 조건을 만족시키는 모든 다항함수 $f(x)$에 대하여 $f(0)$의 최댓값을 구하는 과정을 서술하시오.

(가) $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^2}$의 값이 존재하고, $\lim_{x\to 2}\frac{x^2-5x+6}{f(x)-5}=1$이다.

(나) 부등식 $f(x)>6$을 만족시키는 실수는 존재하지 않는다.

정답

조건 (가)에서 $\lim_{x\to 2}\frac{x^2-5x+6}{f(x)-5}=1$이므로 $x\to 2$일 때 (분자) $\to 0$이고 0이 아닌 극한값이 존재하므로 (분모) $\to 0$이어야 한다.

다항함수 $f(x)$는 연속이므로 $f(2)-5=0$에서 $f(2)=5$이다.

미분계수의 정의에 의해

$\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x-3)}{f(x)-f(2)}=\lim_{x\to 2}\frac{x-3}{\frac{f(x)-f(2)}{x-2}}=-\frac{1}{f'(2)}=1$이 므 로

$f'(2)=-1$이다.

또한 $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^2}$의 값이 존재하므로 다항함수 $f(x)$의 차수는 2 이하이다.

만약 $f(x)$가 일차함수이면 $f'(x)$는 상수이므로 $f'(2)=-1$에서 $f(x)=-x+b$가 되어 치역이 실수 전체가 된다.

이는 조건 (나)의 $f(x)>6$인 실수가 없다는 것에 모순이다.

따라서 $f(x)$는 이차함수이므로 최고차항의 계수를 p라 하면 $f(x)=p(x-2)^2-(x-2)+5(p<0)$로 놓을 수 있다.

이 이차함수의 꼭짓점의 x좌표는 $x=2+\frac{1}{2p}$이다.

최댓값은 $f(2+\frac{1}{2p})=\frac{p(1}{4p^2})-\frac{1}{2p}+5=-\frac{1}{4p}+5$이다.

조건 (나)에서 이 최댓값이 6 이하이어야 하므로

$\frac{1}{4p}+5\le 6$, $-\frac{1}{4p}\le 1$이고 $p<0$이므로 $p\le-\frac{1}{4}$이다.

우리가 구해야 하는 값은 $f(0)=p(-2)^2-(-2)+5=4p+7$이다.

$p\le-\frac{1}{4}$이므로 $f(0)=4p+7\le 4(-\frac{1}{4})+7=6$이다.

따라서 $f(0)$의 최댓값은 6이다.

조건 (가)에서 $\lim_{x\to 2}\frac{x^2-5x+6}{f(x)-5}=1$이므로 $x\to 2$일 때 (분자) $\to 0$이고 0이 아닌 극한값이 존재하므로 (분모) $\to 0$이어야 한다.

다항함수 $f(x)$는 연속이므로 $f(2)-5=0$에서 $f(2)=5$이다.

미분계수의 정의에 의해

$\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x-3)}{f(x)-f(2)}=\lim_{x\to 2}\frac{x-3}{\frac{f(x)-f(2)}{x-2}}=-\frac{1}{f'(2)}=1$이 므 로

$f'(2)=-1$이다.

또한 $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^2}$의 값이 존재하므로 다항함수 $f(x)$의 차수는 2 이하이다.

만약 $f(x)$가 일차함수이면 $f'(x)$는 상수이므로 $f'(2)=-1$에서 $f(x)=-x+b$가 되어 치역이 실수 전체가 된다.

이는 조건 (나)의 $f(x)>6$인 실수가 없다는 것에 모순이다.

따라서 $f(x)$는 이차함수이므로 최고차항의 계수를 p라 하면 $f(x)=p(x-2)^2-(x-2)+5(p<0)$로 놓을 수 있다.

이 이차함수의 꼭짓점의 x좌표는 $x=2+\frac{1}{2p}$이다.

최댓값은 $f(2+\frac{1}{2p})=\frac{p(1}{4p^2})-\frac{1}{2p}+5=-\frac{1}{4p}+5$이다.

조건 (나)에서 이 최댓값이 6 이하이어야 하므로

$\frac{1}{4p}+5\le 6$, $-\frac{1}{4p}\le 1$이고 $p<0$이므로 $p\le-\frac{1}{4}$이다.

우리가 구해야 하는 값은 $f(0)=p(-2)^2-(-2)+5=4p+7$이다.

$p\le-\frac{1}{4}$이므로 $f(0)=4p+7\le 4(-\frac{1}{4})+7=6$이다.

따라서 $f(0)$의 최댓값은 6이다.

3 수학1, 수학2 변형문제 해설

난이도 ★★★★★

010
27학년도 수능특강 수학2
5.도함수의 활용(2) 유제 4번
파워업 235

함수 $f(x)=x^4-2x^3+ax^2-8x+16$이 모든 실수 x에 대하여 부등식 $f(x)\geq f'(x)$를 만족시킬 때, 상수 a의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

함수 $f(x)=x^4-2x^3+ax^2-8x+16$이 모든 실수 x에 대하여 부등식 $f(x)\geq f'(x)$를 만족시킬 때, 상수 a의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

정답

$f'(x)=4x^3-6x^2+2ax-8$이다.
$g(x)=f(x)-f'(x)$라 하면
$g(x)=x^4-2x^3+ax^2-8x+16-(4x^3-6x^2+2ax-8)$
$=x^4-6x^3+(a+6)x^2-(2a+8)x+24$
이다.
모든 실수 x에 대하여 $f(x)\geq f'(x)$, 즉 $g(x)\geq 0$이어야 한다.
$g(2)$의 값을 구해보면
$g(2)=16-48+4(a+6)-2(2a+8)+24$
$=-32+4a+24-4a-16+24=0$
이다.
모든 실수 x에 대하여 $g(x)\geq 0$인데 $g(2)=0$이므로, 함수 $g(x)$는 $x=2$에서 최솟값(극솟값)을 가져야 한다.
즉, $g'(2)=0$이어야 한다.
$g'(x)=4x^3-18x^2+2(a+6)x-(2a+8)$이므로
$g'(2)=32-72+4(a+6)-(2a+8)$
$=-40+4a+24-2a-8=2a-24=0$이다.
따라서 $2a=24$이므로 $a=12$이다.

$f'(x)=4x^3-6x^2+2ax-8$이다.
$g(x)=f(x)-f'(x)$라 하면
$g(x)=x^4-2x^3+ax^2-8x+16-(4x^3-6x^2+2ax-8)$
$=x^4-6x^3+(a+6)x^2-(2a+8)x+24$
이다.
모든 실수 x에 대하여 $f(x)\geq f'(x)$, 즉 $g(x)\geq 0$이어야 한다.
$g(2)$의 값을 구해보면
$g(2)=16-48+4(a+6)-2(2a+8)+24$
$=-32+4a+24-4a-16+24=0$이다.
모든 실수 x에 대하여 $g(x)\geq 0$인데 $g(2)=0$이므로, 함수 $g(x)$는 $x=2$에서 최솟값(극솟값)을 가져야 한다.
즉, $g'(2)=0$이어야 한다.

$g'(x)=4x^3-18x^2+2(a+6)x-(2a+8)$이므로
$g'(2)=32-72+4(a+6)-(2a+8)$
$=-40+4a+24-2a-8=2a-24=0$
이다.
따라서 $2a=24$이므로 $a=12$이다.

난이도 ★★★★

011
27학년도 수능특강 수학2
6.부정적분과 정적분 Level2 1번
파워업 262

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $xf'(x)+3f(x)=24x^3-15x^2+8x$를 만족시킬 때, $f(3)$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $xf'(x)+3f(x)=24x^3-15x^2+8x$를 만족시킬 때, $f(3)$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

정답

주어진 등식의 양변에 x^2을 곱하면
$x^3f'(x)+3x^2f(x)=24x^5-15x^4+8x^3$이다.
이때 $x^3f(x)'=x^3f'(x)+3x^2f(x)$이므로
$x^3f(x)'=24x^5-15x^4+8x^3$이다.
양변을 x에 대하여 적분하면
$x^3f(x)=\int(24x^5-15x^4+8x^{3)}dx=4x^6-3x^5+2x^4+C$ (단, C는 적분상수) 이다.
위 식의 양변에 $x=0$을 대입하면 $C=0$이므로
$x^3f(x)=4x^6-3x^5+2x^4=x^3(4x^3-3x^2+2x)$이다.
함수 $f(x)$는 다항함수이므로 $f(x)=4x^3-3x^2+2x$이다.
따라서 구하는 값은
$f(3)=4(27)-3(9)+6=108-27+6=87$이다.

주어진 등식의 양변에 x^2을 곱하면
$x^3f'(x)+3x^2f(x)=24x^5-15x^4+8x^3$이다.
이때 $x^3f(x)'=x^3f'(x)+3x^2f(x)$이므로
$x^3f(x)'=24x^5-15x^4+8x^3$이다.
양변을 x에 대하여 적분하면
$x^3f(x)=\int(24x^5-15x^4+8x^{3)}dx=4x^6-3x^5+2x^4+C$ (단, C는 적분상수) 이다.
위 식의 양변에 $x=0$을 대입하면 $C=0$이므로
$x^3f(x)=4x^6-3x^5+2x^4=x^3(4x^3-3x^2+2x)$이다.
함수 $f(x)$는 다항함수이므로 $f(x)=4x^3-3x^2+2x$이다.
따라서 구하는 값은
$f(3)=4(27)-3(9)+6=108-27+6=87$이다.

난이도 ★★★★★

012

27학년도 수능특강 수학2
7.정적분의 활용 Level2 4번
파워업 284

함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $1 \le x \le 6$일 때 $f(x) = -6x^2 + 43x - 36$이다.

(나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x+5) = f(x) + 5$이다. 함수 $y = f(x)$의 그래프와 직선 $y = x$ 및 두 직선 $x = 0$, $x = 30$으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하는 과정을 서술하시오.

함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $1 \le x \le 6$일 때 $f(x) = -6x^2 + 43x - 36$이다.

(나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x+5) = f(x) + 5$이다. 함수 $y = f(x)$의 그래프와 직선 $y = x$ 및 두 직선 $x = 0$, $x = 30$으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하는 과정을 서술하시오.

정답

$-6x^2 + 43x - 36 = x$에서 $-6x^2 + 42x - 36 = 0$,
$-6(x-1)(x-6) = 0$이므로 $x = 1$ 또는 $x = 6$이다.

즉, 곡선 $y = -6x^2 + 43x - 36$은 직선 $y = x$와 두 점 $(1,1)$, $(6,6)$에서만 만난다.

조건 (나)에 의하여 모든 실수 x에 대하여 $f(x+5) - (x+5) = f(x) - x$가 성립하므로, 함수 $y = f(x) - x$는 주기가 5인 주기함수이다.

따라서 구간 $[0,30]$은 길이가 5인 구간이 6개 반복되므로 구하는 넓이는 $\int_0^{30} f(x) - x\,dx = 6\int_1^6 f(x) - x\,dx$이다.

$$6\int_1^6 (-6x^2 + 42x - 36)\,dx = 6[-2x^3 + 21x^2 - 36x]_1^6$$
$$= 6(-432 + 756 - 216) - (-2 + 21 - 36)$$
$$= 6108 - (-17) = 6 \times 125 = 750$$

이다.

따라서 구하는 넓이는 750이다.

$-6x^2 + 43x - 36 = x$에서 $-6x^2 + 42x - 36 = 0$,
$-6(x-1)(x-6) = 0$이므로 $x = 1$ 또는 $x = 6$이다.

즉, 곡선 $y = -6x^2 + 43x - 36$은 직선 $y = x$와 두 점 $(1,1)$, $(6,6)$에서만 만난다.

조건 (나)에 의하여 모든 실수 x에 대하여 $f(x+5) - (x+5) = f(x) - x$가 성립하므로, 함수 $y = f(x) - x$는 주기가 5인 주기함수이다.

따라서 구간 $[0,30]$은 길이가 5인 구간이 6개 반복되므로 구하는 넓이는 $\int_0^{30} f(x) - x\,dx = 6\int_1^6 f(x) - x\,dx$이다.

$6\int_1^6 (-6x^2 + 42x - 36)\,dx = 6[-2x^3 + 21x^2 - 36x]_1^6$
$= 6(-432 + 756 - 216) - (-2 + 21 - 36) = 6108 - (-17)$
$= 6 \times 125 = 750$

이다.

따라서 구하는 넓이는 750이다.

난이도 ★★★★★

013

27학년도 수능특강 미적분
1.수열의 극한 Level3 1번
파워업 489

두 양의 상수 p, q와 자연수 n에 대하여 함수 $f(x) = x^3 + 2pnx^2 - 3qnx$라 하자. 곡선 $y = f(x)$가 x축과 만나는 양의 실수인 점의 x좌표를 a_n이라 하고, 함수 $f(x)$가 $x = b_n$에서 극솟값을 갖는다고 하자. $\lim_{n\to\infty} a_n = 12$이고 $\lim_{n\to\infty} \frac{f(b_n)}{n} = -144$일 때, $p+q$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

두 양의 상수 p, q와 자연수 n에 대하여 함수 $f(x) = x^3 + 2pnx^2 - 3qnx$라 하자. 곡선 $y = f(x)$가 x축과 만나는 양의 실수인 점의 x좌표를 a_n이라 하고, 함수 $f(x)$가 $x = b_n$에서 극솟값을 갖는다고 하자. $\lim_{n\to\infty} a_n = 12$이고 $\lim_{n\to\infty} \frac{f(b_n)}{n} = -144$일 때, $p+q$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

정답

$f(x) = 0$에서 $x(x^2 + 2pnx - 3qn) = 0$이다.

$a_n > 0$이므로 a_n은 이차방정식 $x^2 + 2pnx - 3qn = 0$의 양의 근이다.

근의 공식에 의하여 $a_n = -pn + \sqrt{p^2n^2 + 3qn}$이다.

$$\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} -pn + \sqrt{p^2n^2 + 3qn} = \lim_{n\to\infty} \frac{3qn}{\sqrt{p^2n^2 + 3qn} + pn}$$
$$= \lim_{n\to\infty} \frac{3q}{\sqrt{p^2 + \frac{3q}{n}} + p} = \frac{3q}{2p} = 12$$

이다.

따라서 $3q = 24p$이므로 $q = 8p \cdots\cdots (1)$이다.

함수 $f(x)$가 $x = b_n$에서 극소이므로 $f'(b_n) = 0$이다.

$f'(x) = 3x^2 + 4pnx - 3qn = 0$에서

$b_n = \frac{-2pn + \sqrt{4p^2n^2 + 9qn}}{3}$이다.

$$\lim_{n\to\infty} b_n = \lim_{n\to\infty} \frac{9qn}{3(\sqrt{4p^2n^2 + 9qn} + 2pn)} = \frac{9q}{3(2p + 2p)} = \frac{9q}{12p} = \frac{3q}{4p}$$

이다.

b_n은 $f'(x) = 0$의 근이므로 $3b_n^2 + 4pnb_n - 3qn = 0$이고 $2pnb_n^2 = \frac{3qnb_n - 3b_n^3}{2}$이다.

$$f(b_n) = b_n^3 + 2pnb_n^2 - 3qnb_n = b_n^3 + \frac{3qnb_n - 3b_n^3}{2} - 3qnb_n$$
$$= -\frac{1}{2}b_n^3 - \frac{3}{2}qnb_n$$

이다.

조건에 의해 $\lim_{n\to\infty}\frac{f(b_n)}{n}=\lim_{n\to\infty}(-\frac{b_n^3}{2n}-\frac{3}{2}qb_n)=-144$이다.

$\lim_{n\to\infty}b_n=\frac{3q}{4p}$이므로 $\lim_{n\to\infty}\frac{b_n^3}{n}=0$이다.

따라서 $-\frac{3}{2}q(\frac{3q}{4p})=-\frac{9q^2}{8p}=-144$이다.

(1)의 $q=8p$를 대입하면 $-\frac{9(64p^2)}{8p}=-72p=-144$이므로

$p=2$이다.

$p=2$이면 $q=16$이다.

따라서 구하는 값은 $p+q=2+16=18$이다.

$f(x)=0$에서 $x(x^2+2pnx-3qn)=0$이다.

$a_n>0$이므로 a_n은 이차방정식 $x^2+2pnx-3qn=0$의 양의 근이다.

근의 공식에 의하여 $a_n=-pn+\sqrt{p^2n^2+3qn}$이다.

$$\lim_{n\to\infty}a_n=\lim_{n\to\infty}-pn+\sqrt{p^2n^2+3qn}=\lim_{n\to\infty}\frac{3qn}{\sqrt{p^2n^2+3qn}+pn}$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{3q}{\sqrt{\frac{p^2+3q}{n}}+p}=\frac{3q}{2p}=12$$이다.

따라서 $3q=24p$이므로 $q=8p\cdots\cdots(1)$이다.

함수 $f(x)$가 $x=b_n$에서 극소이므로 $f'(b_n)=0$이다.

$f'(x)=3x^2+4pnx-3qn=0$에서

$b_n=\frac{-2pn+\sqrt{4p^2n^2+9qn}}{3}$이다.

$$\lim_{n\to\infty}b_n=\lim_{n\to\infty}\frac{9qn}{3(\sqrt{4p^2n^2+9qn}+2pn)}=\frac{9q}{3(2p+2p)}=\frac{9q}{12p}=\frac{3q}{4p}$$

이다.

b_n은 $f'(x)=0$의 근이므로 $3b_n^2+4pnb_n-3qn=0$이고

$2pnb_n^2=\frac{3qnb_n-3b_n^3}{2}$이다.

$$f(b_n)=b_n^3+2pnb_n^2-3qnb_n=b_n^3+\frac{3qnb_n-3b_n^3}{2}-3qnb_n$$

$=-\frac{1}{2}b_n^3-\frac{3}{2}qnb_n$이다.

조건에 의해 $\lim_{n\to\infty}\frac{f(b_n)}{n}=\lim_{n\to\infty}(-\frac{b_n^3}{2n}-\frac{3}{2}qb_n)=-144$이다.

$\lim_{n\to\infty}b_n=\frac{3q}{4p}$이므로 $\lim_{n\to\infty}\frac{b_n^3}{n}=0$이다.

따라서 $-\frac{3}{2}q(\frac{3q}{4p})=-\frac{9q^2}{8p}=-144$이다.

(1)의 $q=8p$를 대입하면 $-\frac{9(64p^2)}{8p}=-72p=-144$이므로

$p=2$이다.

$p=2$이면 $q=16$이다.

따라서 구하는 값은 $p+q=2+16=18$이다.

난이도 ★★★★★

014 27학년도 수능특강 미적분 1.수열의 극한 Level3 2번

파워업 490

자연수 n에 대하여 곡선 $y=x^2-8nx+16n^2$ 위의 점 $(2n,4n^{2)}$에서의 접선을 l_n이라 하자. 직선 l_n이 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 할 때, 선분 $AC=BC$가 되도록 x축 위의 점 C를 잡는다. 점 C의 x좌표를 a_n, 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{R_n}{n^3}$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

자연수 n에 대하여 곡선 $y=x^2-8nx+16n^2$ 위의 점 $(2n,4n^{2)}$에서의 접선을 l_n이라 하자. 직선 l_n이 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 할 때, 선분 $AC=BC$가 되도록 x축 위의 점 C를 잡는다. 점 C의 x좌표를 a_n, 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{R_n}{n^3}$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

정답

$f(x)=x^2-8nx+16n^2$이라 하면 $f'(x)=2x-8n$이다.

곡선 위의 점 $(2n,4n^{2)}$에서의 접선의 기울기는 $f'(2n)=4n-8n=-4n$이다.

접선의 방정식은 $y-4n^2=-4n(x-2n)$, 즉 $y=-4nx+12n^2$이다.

$y=0$일 때 $x=3n$이므로 점 A의 좌표는 $(3n,0)$이다.

$x=0$일 때 $y=12n^2$이므로 점 B의 좌표는 $(0,12n^{2)}$이다.

점 C의 좌표가 $(a_n,0)$이고 $AC=BC$이므로 $AC^2=BC^2$이 성립한다.

$(3n-a_n^{2)}=(0-a_n^{2)}+(12n^2-0)^2 9n^2-6na_n+a_n^2$

$=a_n^2+144n^4 6na_n=9n^2-144n^4$

에서 $a_n=\frac{3}{2}n-24n^3$이다.

삼각형 ABC에서 $\angle BCA=\theta$라 하자. 직각삼각형 OBC에서 $\sin\theta=\frac{OB}{BC}=\frac{OB}{AC}$이다.

$OB=12n^2$이고,

$AC=3n-a_n=3n-(\frac{3}{2}n-24n^3)=24n^3+\frac{3}{2}n$이므로

$\sin\theta=\frac{12n^2}{\frac{24n^3+3}{2n}}=\frac{24n}{48n^2+3}$이다.

직각삼각형 OAB에서 AB의 길이는

$AB=\sqrt{(3n)^2+(12n^{2)^2}}=\sqrt{9n^2+144n^4}=3n\sqrt{16n^2+1}$이다.

삼각형 ABC의 외접원의 반지름이 R_n이므로 사인법칙에 의하여

$2R_n = \dfrac{AB}{\sin\theta} = \dfrac{3n\sqrt{16n^2+1}}{\dfrac{24n}{\sqrt{48n^2+3}}}$

$= \dfrac{3n(48n^2+3)\sqrt{16n^2+1}}{24n} = \dfrac{3(16n^2+1)\sqrt{16n^2+1}}{8}$

이다.

따라서 $R_n = \dfrac{3}{16}(16n^2+1)\sqrt{16n^2+1}$ 이다.

구하고자 하는 극한값은

$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{R_n}{n^3} = \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\dfrac{3}{16(16n^2+1)\sqrt{16n^2+1}}}{n^3}$

$= \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3}{16}(16+\dfrac{1}{n^2})\sqrt{\dfrac{16+1}{n^2}} = \dfrac{3}{16}\times 16\times\sqrt{16} = 3\times 4 = 12$

이다.

$f(x) = x^2 - 8nx + 16n^2$이라 하면 $f'(x) = 2x - 8n$이다.

곡선 위의 점 $(2n, 4n^{2)}$에서의 접선의 기울기는 $f'(2n) = 4n - 8n = -4n$이다.

접선의 방정식은 $y - 4n^2 = -4n(x-2n)$, 즉 $y = -4nx + 12n^2$ 이다.

$y = 0$일 때 $x = 3n$이므로 점 A의 좌표는 $(3n, 0)$이다.

$x = 0$일 때 $y = 12n^2$이므로 점 B의 좌표는 $(0, 12n^{2)}$이다.

점 C의 좌표가 $(a_n, 0)$이고 $AC = BC$이므로 $AC^2 = BC^2$이 성립한다.

$(3n - a_n^{2)} = (0 - a_n^{2)} + (12n^2 - 0)^2 9n^2 - 6na_n + a_n^2$

$= a_n^2 + 144n^4 6na_n = 9n^2 - 144n^4$

에서 $a_n = \dfrac{3}{2}n - 24n^3$이다.

삼각형 ABC에서 $\angle BCA = \theta$라 하자. 직각삼각형 OBC에서 $\sin\theta = \dfrac{OB}{BC} = \dfrac{OB}{AC}$이다.

$OB = 12n^2$이고,

$AC = 3n - a_n = 3n - (\dfrac{3}{2}n - 24n^3) = 24n^3 + \dfrac{3}{2}n$이므로

$\sin\theta = \dfrac{12n^2}{\dfrac{24n^3+3}{2n}} = \dfrac{24n}{48n^2+3}$ 이다.

직각삼각형 OAB에서 AB의 길이는 $AB = \sqrt{(3n)^2 + (12n^{2)^2}} = \sqrt{9n^2 + 144n^4} = 3n\sqrt{16n^2+1}$ 이다.

삼각형 ABC의 외접원의 반지름이 R_n이므로 사인법칙에 의하여

$2R_n = \dfrac{AB}{\sin\theta} = \dfrac{3n\sqrt{16n^2+1}}{\dfrac{24n}{\sqrt{48n^2+3}}} = \dfrac{3n(48n^2+3)\sqrt{16n^2+1}}{24n}$

$= \dfrac{3(16n^2+1)\sqrt{16n^2+1}}{8}$

이다.

따라서 $R_n = \dfrac{3}{16}(16n^2+1)\sqrt{16n^2+1}$ 이다.

구하고자 하는 극한값은

$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{R_n}{n^3} = \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\dfrac{3}{16(16n^2+1)\sqrt{16n^2+1}}}{n^3}$

$= \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3}{16}(16+\dfrac{1}{n^2})\sqrt{\dfrac{16+1}{n^2}} = \dfrac{3}{16}\times 16\times\sqrt{16} = 3\times 4 = 12$

이다.

3 수학1, 수학2 변형문제 해설

난이도 ★★★★★

015 27학년도 수능특강 미적분 1.수열의 극한 Level3 3번

파워업 491

함수 $f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{(x-2)^{2n+1}+(3x-2)^{n+1}}{(x-2)^{2n}+(3x-2)^{n}}$에 대하여 $f(x)=10$을 만족시키는 모든 실수 x의 값의 합을 구하는 과정을 서술하시오.

함수 $f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{(x-2)^{2n+1}+(3x-2)^{n+1}}{(x-2)^{2n}+(3x-2)^{n}}$에 대하여 $f(x)=10$을 만족시키는 모든 실수 x의 값의 합을 구하는 과정을 서술하시오.

정답

극한식에 포함된 두 거듭제곱의 밑의 크기, 즉 $(x-2)^2$과 $|3x-2|$의 대소 관계에 따라 범위를 나누어야 한다.

기준이 되는 $(x-2)^2=3x-2$를 풀면 $x^2-7x+6=0$이므로 $x=1$ 또는 $x=6$이다.

($(x-2)^2=-(3x-2)$인 경우는 $x^2-x+2=0$이 되어 실수해가 존재하지 않는다.) 따라서 $x=1$, $x=6$을 기준으로 범위를 나눈다.

(i) $x<1$ 또는 $x>6$일 때 $(x-2)^2>|3x-2|$이므로 극한값은 $(x-2)^{2n}$에 의해 결정된다.

분모, 분자를 $(x-2)^{2n}$으로 나누어 극한을 구하면 $f(x)=x-2$이다.

$f(x)=10$에서 $x-2=10$, 즉 $x=12$이다.

이는 조건 범위에 속하므로 해이다.

(ii) $1<x<6$일 때 $(x-2)^2<|3x-2|$이므로 극한값은 $(3x-2)^n$에 의해 결정된다.

분모, 분자를 $(3x-2)^n$으로 나누어 극한을 구하면 $f(x)=3x-2$이다.

$f(x)=10$에서 $3x-2=10$, 즉 $x=4$이다.

이는 조건 범위에 속하므로 해이다.

(iii) $x=1$일 때 $(1-2)^2=1$이고 $|3(1)-2|=1$이다.

원래 식에 대입하면

$f(1)=\lim_{n\to\infty}\frac{(-1)^{2n+1}+1^{n+1}}{(-1)^{2n}+1^{n}}=\frac{-1+1}{1+1}=0$이 되어 10이 아니므로 해가 아니다.

(iv) $x=6$일 때 $(6-2)^2=16$이고 $|3(6)-2|=16$이다.

원래 식에 대입하면

$f(6)=\lim_{n\to\infty}\frac{4\times16^n+16\times16^n}{16^n+16^n}=\frac{20\times16^n}{2\times16^n}=10$이다.

따라서 주어진 방정식을 만족시키므로 $x=6$은 해가 된다.

조건을 만족시키는 모든 실수 x의 값은 12, 4, 6이며, 이들의 합은 $12+4+6=22$이다.

극한식에 포함된 두 거듭제곱의 밑의 크기, 즉 $(x-2)^2$과 $|3x-2|$의 대소 관계에 따라 범위를 나누어야 한다.

기준이 되는 $(x-2)^2=3x-2$를 풀면 $x^2-7x+6=0$이므로 $x=1$ 또는 $x=6$이다.

($(x-2)^2=-(3x-2)$인 경우는 $x^2-x+2=0$이 되어 실수해가 존재하지 않는다.) 따라서 $x=1$, $x=6$을 기준으로 범위를 나눈다.

(i) $x<1$ 또는 $x>6$일 때 $(x-2)^2>|3x-2|$이므로 극한값은 $(x-2)^{2n}$에 의해 결정된다.

분모, 분자를 $(x-2)^{2n}$으로 나누어 극한을 구하면 $f(x)=x-2$이다.

$f(x)=10$에서 $x-2=10$, 즉 $x=12$이다.

이는 조건 범위에 속하므로 해이다.

(ii) $1<x<6$일 때 $(x-2)^2<|3x-2|$이므로 극한값은 $(3x-2)^n$에 의해 결정된다.

분모, 분자를 $(3x-2)^n$으로 나누어 극한을 구하면 $f(x)=3x-2$이다.

$f(x)=10$에서 $3x-2=10$, 즉 $x=4$이다.

이는 조건 범위에 속하므로 해이다.

(iii) $x=1$일 때 $(1-2)^2=1$이고 $|3(1)-2|=1$이다.

원래 식에 대입하면

$f(1)=\lim_{n\to\infty}\frac{(-1)^{2n+1}+1^{n+1}}{(-1)^{2n}+1^{n}}=\frac{-1+1}{1+1}=0$이 되어 10이 아니므로 해가 아니다.

(iv) $x=6$일 때 $(6-2)^2=16$이고 $|3(6)-2|=16$이다.

원래 식에 대입하면

$f(6)=\lim_{n\to\infty}\frac{4\times16^n+16\times16^n}{16^n+16^n}=\frac{20\times16^n}{2\times16^n}=10$이다.

따라서 주어진 방정식을 만족시키므로 $x=6$은 해가 된다.

조건을 만족시키는 모든 실수 x의 값은 12, 4, 6이며, 이들의 합은 $12+4+6=22$이다.

난이도 ★★★★★

016 27학년도 수능특강 미적분 2.급수 Level3 1번

파워업 493

모든 항이 0이 아닌 정수이고 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$이 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{a_n a_{n+1}}=-\frac{1}{42}$, $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{|a_n||a_{n+1}|}=\frac{79}{210}$를 만족시킬 때, a_{10}의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

정답

등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항을 a, 공차를 d라 하면 $a_n=a+(n-1)d$, $a_{n+1}=a+nd$이다.

부분분수 분해를 이용하여 첫 번째 급수를 전개하면 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{a_n a_{n+1}}=\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{d}(\frac{1}{a_k}-\frac{1}{a_{k+1}})=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{d}(\frac{1}{a_1}-\frac{1}{a_{n+1}})$이다.

공차가 양수 $(d>0)$이므로 n이 한없이 커질 때 a_{n+1}은 양의 무한대로 발산하여 $\frac{1}{a_{n+1}}$은 0이 된다.

따라서 $\frac{1}{d}\times\frac{1}{a}=\frac{1}{ad}=-\frac{1}{42}$이므로 $ad=-42$이다.

공차 d가 양수이고 $ad<0$이므로 첫째항 a는 음수이다.

수열 $\{a_n\}$은 음수에서 양수로 부호가 바뀌는 이웃한 두 항 a_m, a_{m+1}이 반드시 존재한다.

즉, $a_m<0$, $a_{m+1}>0$이므로 $a_m a_{m+1}<0$이고, 그 외의 모든 항의 곱은 양수이다.

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{|a_n||a_{n+1}|}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{a_n a_{n+1}}-\frac{2}{a_m a_{m+1}}$$

$$=-\frac{1}{42}-\frac{2}{(a+(m-1)d)(a+md)}=\frac{79}{210}$$

이다.

$\frac{2}{(a+(m-1)d)(a+md)}=\frac{79}{210}+\frac{5}{210}=\frac{84}{210}=\frac{2}{5}$이므로 $(a+(m-1)d)(a+md)=-5$이다.

두 항은 정수이고 $a+(m-1)d<0$, $a+md>0$이므로 $a+(m-1)d=-1$, $a+md=5$ 또는 $a+(m-1)d=-5$, $a+md=1$이다.

두 경우 모두 차이인 공차 $d=6$이다.

$d=6$을 $ad=-42$에 대입하면 $a=-7$이다.

따라서 $a_{10}=-7+(10-1)\times 6=-7+54=47$이다.

난이도 ★★★★

017 27학년도 수능특강 미적분 2.급수 Level3 2번

파워업 494

자연수 n에 대하여 점 A_n을 다음 규칙에 따라 정한다.

(가) 점 A_{2n-1}을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동시킨 점이 A_{2n}이다.

(나) 점 A_{2n}을 지나고 x축에 평행한 직선이 직선 $y=4x$와 만나는 점이 A_{2n+1}이다. $A_1(4,16)$일 때, 급수 $\sum_{n=1}^{\infty}\overline{A_{2n-1}A_{2n}}$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

정답

자연수 n에 대하여 점 A_{2n-1}은 직선 $y=4x$ 위의 점이므로 좌표는 $(a_n, 4a_n)$이다.

점 A_{2n-1}을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동시킨 점 A_{2n}의 좌표는 $(4a_n, a_n)$이다.

점 A_{2n}을 지나고 x축에 평행한 직선은 $y=a_n$이고, 이 직선과 직선 $y=4x$가 만나는 점 A_{2n+1}의 좌표를 구하기 위해 $y=a_n$을 대입하면 $a_n=4x$에서 $x=\frac{1}{4}a_n$이다.

따라서 점 A_{2n+1}의 좌표는 $(\frac{1}{4}a_n, a_n)$이다.

점 A_{2n+1}의 x좌표가 a_{n+1}이므로 $a_{n+1}=\frac{1}{4}a_n$이 성립한다.

$A_1(4,16)$이므로 $a_1=4$이고, 수열 $\{a_n\}$은 첫째항이 4이고 공비가 $\frac{1}{4}$인 등비수열이다.

즉, $a_n=4\times(\frac{1}{4})^{n-1}$이다.

두 점 $A_{2n-1}(a_n, 4a_n)$, $A_{2n}(4a_n, a_n)$ 사이의 거리는

$$\overline{A_{2n-1}A_{2n}}=\sqrt{(4a_n-a_n^2)+(a_n-4a_n^2)}$$

$$=\sqrt{9a_n^2+9a_n^2}=3\sqrt{2}\,a_n=12\sqrt{2}\times(\frac{1}{4})^{n-1}$$

이다.

따라서 이 급수는 첫째항이 $12\sqrt{2}$이고 공비가 $\frac{1}{4}$인 등비급수이므로 $\sum_{n=1}^{\infty}\overline{A_{2n-1}A_{2n}}=\frac{12\sqrt{2}}{1-\frac{1}{4}}=\frac{12\sqrt{2}}{\frac{3}{4}}=16\sqrt{2}$이다.

3 수학1, 수학2 변형문제 해설

난이도 ★★★★★

018 27학년도 수능특강 미적분
2.급수 Level3 3번
파워업 495

첫째항과 공비가 모두 0이 아닌 두 등비수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여 두 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$이 각각 수렴하고, 다음 두 조건이 성립한다.

(가) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5}|a_{2n-1}|$

(나) $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n b_n| = (\sum_{n=1}^{\infty} a_n) \times (\sum_{n=1}^{\infty} b_n) \sum_{n=1}^{\infty} |a_n b_n| = k \times \sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$일 때, 상수 k의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

정답

두 등비수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$의 공비를 각각 r_1, $r_2 (r_1 r_2 \neq 0)$라 하면 두 급수가 각각 수렴하므로 $-1 < r_1 < 1$, $-1 < r_2 < 1$이다.

조건 (가)에서 $a_1 > 0$일 때 $\frac{a_1}{1-r_1} = \frac{\frac{1}{5a_1}}{1-r_1^2}$이므로 $1+r_1 = \frac{1}{5}$에서 $r_1 = -\frac{4}{5}$이다.

$a_1 < 0$일 때 $1+r_1 = -\frac{1}{5}$에서 $r_1 = -\frac{6}{5}$이며 이는 $-1 < r_1 < 1$에 모순이다.

따라서 $a_1 > 0$이고 $r_1 = -\frac{4}{5}$이다.

수열 $\{|a_n b_n|\}$은 첫째항이 $|a_1 b_1|$이고 공비가 $|r_1 r_2|$인 등비수열이므로 조건 (나)에서 $\left\{ |a_1 b_1| \frac{\quad}{\{1-|r_1 r_2|\}} \right\} = \frac{a_1 b_1}{(1-r_{1)(1}-r_{2)}}$이다.

급수의 합이 0보다 커야 하므로 $a_1 b_1 > 0$이고 $1-|r_1 r_2| = (1-r_{1)(1}-r_{2)}$가 성립한다.

(i) $r_1 r_2 > 0$일 때, $1-r_1 r_2 = 1-r_1-r_2+r_1 r_2$이므로 $r_1 + r_2 = 2r_1 r_2$이다.

$r_1 < 0$에서 $r_2 < 0$이므로 좌변은 음수, 우변은 양수가 되어 모순이다.

(ii) $r_1 r_2 < 0$일 때, $1+r_1 r_2 = 1-r_1-r_2+r_1 r_2$이므로 $r_1 + r_2 = 0$, 즉 $r_2 = -r_1$이다.

$r_1 = -\frac{4}{5}$이므로 $r_2 = \frac{4}{5}$이다.

$$k = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} |a_n b_n|}{\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n} = \frac{\frac{a_1 b_1}{1-16}}{\frac{a_1 b_1}{1-(-16}} = \frac{\frac{1}{9}}{\frac{1}{\frac{41}{25}}} = \frac{25}{9} \times \frac{41}{25} = \frac{41}{9}$$ 이다.

난이도 ★★★★★

019

27학년도 수능특강 미적분
3.여러 가지 함수의 미분 Level3 1번
파워업 497

1이 아닌 두 양수 a, b에 대하여 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)=a^x+\log_b x$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x\to 0}\frac{f(e^{2x})-a}{x}=8$

(나) 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(1,f(1))$에서의 접선과 점 $(2,f(2))$에서의 접선이 이루는 예각의 크기를 θ라 하면 $\tan\theta=\frac{2}{9}$이다. $f'(1)>f'(2)$일 때, $f(1)$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

정답

조건 (가)에서 $e^{2x}=t$로 치환하면 $x=\frac{1}{2}\ln t$이므로

$$\lim_{t\to 1}\frac{f(t)-f(1)}{\frac{1}{2\ln t}}=2\lim_{t\to 1}\left(\frac{f(t)-f(1)}{t-1}\times\frac{t-1}{\ln t}\right)=2f'(1)=8$$

에서 $f'(1)=4$이다.

조건 (나)에서 $\tan\theta=\left|\frac{f'(1)-f'(2)}{1+f'(1)f'(2)}\right|$이다.

$f'(1)>f'(2)$이므로 $\frac{4-f'(2)}{1+4f'(2)}=\frac{2}{9}$이다.

$36-9f'(2)=2+8f'(2)$에서 $17f'(2)=34$이므로 $f'(2)=2$이다.

$f'(x)=a^x\ln a+\frac{1}{x\ln b}$이므로

$f'(1)=a\ln a+\frac{1}{\ln b}=4\cdots\cdots(1)$ $f'(2)=a^2\ln a+\frac{1}{2\ln b}=2\cdots\cdots(2)$

의 양변에 2를 곱하면 $2a^2\ln a+\frac{1}{\ln b}=4\cdots\cdots(3)$이다.

(1)과 (3)에서 $a\ln a+\frac{1}{\ln b}=2a^2\ln a+\frac{1}{\ln b}$이므로

$2a^2\ln a-a\ln a=0$, $a(2a-1)\ln a=0$이다.

a가 1이 아닌 양수이므로 $a=\frac{1}{2}$이다.

따라서 $f(1)=a^1+\log_b 1=a=\frac{1}{2}$이다.

난이도 ★★★★★

020

27학년도 수능특강 미적분
3.여러 가지 함수의 미분 Level3 2번
파워업 498

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(0)$의 값을 구하는 과정을 서술하시오. (단, a, b는 상수이다.)

(가) 모든 실수 x에 대하여

$(x-2)^2f(x)=x^2(e^{x^{2-4x+4}}-1)+a\cos(\frac{\pi}{2}x)+b$이다.

(나) $f(2)=2\pi^2f(0)$

정답

조건 (가)의 식이 모든 실수 x에 대하여 성립하므로 양변에 $x=2$를 대입하면 $0=0+a\cos(\pi)+b=-a+b$이므로 $b=a$이다.

$x\neq 2$일 때, $f(x)=\frac{x^{2(e^{(x-2)^2}-1)}+a(\cos(\pi 2x)+1)}{(x-2)^2}$이다.

함수 $f(x)$가 $x=2$에서 연속이므로 $\lim_{x\to 2}f(x)=f(2)$이다.

$x-2=t$라 하면 $x\to 2$일 때 $t\to 0$이므로

$$\lim_{t\to 0}\frac{(t+2)^{2(e^{t^2}-1)}+a(\cos(\pi 2t+\pi)+1)}{t^2}=\lim_{t\to 0}\left((t+2)^2\frac{e^{t^2}-1}{t^2}+a\frac{1-\cos(\pi 2t)}{t^2}\right)$$

이다.

이때 $\lim_{t\to 0}\frac{1-\cos(\pi 2t)}{t^2}=\lim_{t\to 0}\frac{\sin^2(\pi 2t)}{t^2(1+\cos(\pi 2t))}=(\frac{\pi}{2})^2\times\frac{1}{2}=\frac{\pi^2}{8}$이므로 $f(2)=4\times 1+a\times\frac{\pi^2}{8}=4+\frac{\pi^2}{8}a$이다.

조건 (가)의 양변에 $x=0$을 대입하면

$4f(0)=a\cos 0+b=a+a=2a$이므로 $f(0)=\frac{1}{2}a$이다.

조건 (나)에서 $f(2)=2\pi^2f(0)$이므로

$4+\frac{\pi^2}{8}a=2\pi^2(\frac{1}{2}a)=\pi^2a$이다. $7\frac{\pi^2}{8}a=4$이므로 $a=\frac{32}{7\pi^2}$이다.

따라서 $f(0)=\frac{1}{2}a=\frac{16}{7\pi^2}$이다.

CHAPTER

4

고려대(세종) 변형문제 손글씨 해설

contents

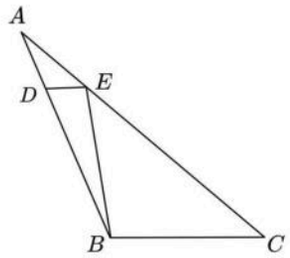
01 수학1
02 수학2

4 수학1, 수학2 변형문제 손글씨 해설

난이도 ★★★★★

001

27학년도 수능특강 수학1
1. 지수와 로그 Level3 2번
파워업 17



그림과 같이 $BC=\log_{\sqrt{3}}16$인 삼각형 ABC의 두 변 AB, AC 위에 두 선분 BC, DE가 평행하도록 각각 두 점 D, E를 잡는다. $DE=\log_5 3$이고 삼각형 ADE의 넓이가 $\log_5 2$일 때, 삼각형 ABE의 넓이를 구하는 과정을 서술하시오.

① $DE=\log_5 3$, $\triangle ADE$ 넓이 $=\log_5 2$ 2점

$\frac{1}{2}\cdot\log_5 3\cdot AF=\log_5 2$

② $AF=\frac{2\log_5 2}{\log_5 3}=2\log_3 2$ 2점

③ $BC=\log_{\sqrt{3}}16$ 2점

$=\log_{3^{\frac{1}{2}}}2^4=8\log_3 2$

④ $\triangle ABE$ 넓이 $=\triangle GHC$ 넓이 2점

$=\frac{1}{2}\cdot AF\cdot BC$

⑤ $=\frac{1}{2}\cdot(2\log_3 2)(8\log_3 2)$ 2점

$=8(\log_3 2)^2$

정답 $8(\log_3 2)^2$

총 10점

난이도 ★★★★★

002

27학년도 수능특강 수학1
2. 지수함수와 로그함수 대표기출문제
파워업 41

곡선 $y=\frac{(1}{2)^{x-3}}$과 직선 $y=x$가 만나는 점의 x좌표를 k라 하자. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다. $x>k$인 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=\frac{(1}{2)^{x-3}}$이고 $f(f(x))=5x$이다. $f(\frac{1}{k^3\times 2^{3k}})$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

① $\left(\frac{1}{2}\right)^{k-3}=k \Rightarrow k\cdot 2^k=8$ 2점

② $\frac{1}{k^3\cdot 2^{3k}}=\frac{1}{(k\cdot 2^k)^3}=\frac{1}{8^3}=\frac{1}{2^9}$ 2점

③ $x=2$: $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}=2 \Rightarrow k=2$ 2점

④ $f(a)=\frac{1}{2^9}$, $a>2$

$\left(\frac{1}{2}\right)^{a-3}=\frac{1}{2^9} \Rightarrow a=12$ 2점

⑤ $f(\frac{1}{2^9})=f(f(a))=5a=60$

$\therefore$ 정답 60 2점

총 10점

난이도 ★★★★★

003

27학년도 수능특강 수학1
3. 삼각함수 Level2 4번
파워업 60

두 실수 a, $b(a>0)$에 대하여 $0 \le x \le 4\pi$에서 정의된 함수 $f(x)$가 다음과 같다. $f(x)=4\sin x(0 \le x \le 2\pi)$, $a\cos x+b(2\pi<x \le 4\pi)$모든 실수 t에 대하여 함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=t$가 만나는 점의 개수가 3이 되지 않도록 하는 a, b의 모든 순서쌍 (a,b)의 개수를 구하는 과정을 서술하시오.

① $y=4\sin x$, $0\le x\le 2\pi$

$P(0)=3$, $P(\pm 4)=1$

$-4<t<0$ 또는 $0<t<4$: $P(t)=2$ 2점

② $y=a\cos x+b$, $2\pi<x\le 4\pi$

$b-a\le t\le b+a$, 안쪽 $q(t)=2$, 끝점 $q(t)=1$

$P(0)=3 \Rightarrow 0\notin[b-a,b+a]$ 2점

③ $P(t)+q(t)\neq 3$

$\Rightarrow$ 끝점은 $P(t)=2$인 곳

$a+b=0$ 또는 4, $b-a=0$ 또는 -4 2점

④ $(a+b,b-a)=(0,-4),(0,0),(4,-4),(4,0)$

$\Rightarrow (a,b)=(2,-2),(0,0),(4,0),(2,2)$

$a>0 \Rightarrow (0,0)$ 제외 2점

⑤ 가능 : $(2,-2),(4,0),(2,2)$

$\therefore$ 3개 2점

(10점)

난이도 ★★★★★

004

27학년도 수능특강 수학1
4.사인법칙과 코사인법칙 유제 6번
파워업 74

자연수 n에 대하여 $AB=n(n+1)BC$인 삼각형 ABC에서 $2\sin C\dfrac{\sin(\pi}{2}-A)-\sin A\cos(\pi-C)=2\sin B$가 성립한다. $\cos B$의 값을 수열 $\{a_n\}$이라 할 때, $\sum_{k=1}^{5}a_k$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

① $\sin(\frac{\pi}{2}-A)=\cos A$, $\cos(\pi-C)=-\cos C$

$\Rightarrow 2\sin C\cos A+\sin A\cos C=2\sin B$ 2점

② $AB=c$, $BC=a$, $CA=b$, 반지름 R

$2\cdot\frac{c}{2R}\cdot\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$

$+\frac{a}{2R}\cdot\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=2\cdot\frac{b}{2R}$ 2점

③ $\Rightarrow \frac{b^2+c^2-a^2}{b}+\frac{a^2+b^2-c^2}{2b}=2b$

$\Rightarrow 2(b^2+c^2-a^2)+(a^2+b^2-c^2)=4b^2$ 2점

④ $\Rightarrow 3b^2+c^2-a^2=4b^2$

$\Rightarrow c^2=a^2+b^2 \Rightarrow \angle C=90°$ 2점

⑤ $\cos B=\frac{a}{c}=\frac{BC}{AB}=1/\{n(n+1)\}$

$a_n=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$

$\sum_{k=1}^{5}a_k=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$

$\therefore$ 정답 $\frac{5}{6}$ 2점

10점

TEACHER'S HANDWRITTEN NOTES 손글씨 해설

4 수학1, 수학2 변형문제 손글씨 해설

난이도 ★★★★★

005

27학년도 수능특강 수학1
5.등차수열과 등비수열 Level2 6번
파워업 112

첫째항이 정수인 등비수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $2a_1(a_1+a_3)=5a_2(a_1+a_2)$

(나) $a_p \times a_q = -18$인 두 자연수 p, $q(p<q)$가 존재한다.

$a_3>0$일 때, a_p-a_q의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

① $a_n = ar^{n-1}$, $a \neq 0$

$2a(a+ar^2)=5ar(a+ar)$

$\Rightarrow 2(1+r^2)=5r(1+r)$ 2점

② $\Rightarrow 3r^2+5r-2=0$

$\Rightarrow (3r-1)(r+2)=0$

$\Rightarrow r=\frac{1}{3}$ 또는 -2 2점

③ $a_p a_q = a^2 r^{p+q-2} = -18$

$a^2 \geq 0 \Rightarrow r^{p+q-2}<0$

$\Rightarrow r=-2$ 2점

④ $a^2(-2)^{p+q-2}=-18$

$\Rightarrow a^2 \cdot 2^{p+q-2}=18$

$\Rightarrow a^2=9$, $2^{p+q-2}=2$ 2점

⑤ $a_3=4a>0 \Rightarrow a=3$

$p+q=3$, $p<q \Rightarrow p=1, q=2$

$a_p-a_q=a_1-a_2=3-3(-2)=9$

$\therefore$ 정답 9 2점

10점

난이도 ★★★★★

006

27학년도 수능특강 수학1
6.수열의 합과 수학적 귀납법 대표기출문제
파워업 142

$a_1=6$인 수열 $\{a_n\}$과 $b_1=1$인 등차수열 $\{b_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 $\sum_{k=1}^{n}\frac{a_k}{b_{k+1}}=n^2+n$을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^{5}a_k$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

$a_1=6$인 수열 $\{a_n\}$과 $b_1=1$인 등차수열 $\{b_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 $\sum_{k=1}^{n}\frac{a_k}{b_{k+1}}=n^2+n$을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^{5}a_k$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

① $n=1$: $\frac{a_1}{b_2}=1^2+1=2$ 2점

$a_1=6 \Rightarrow \frac{6}{b_2}=2 \Rightarrow b_2=3$

② $b_1=1$, $b_2=3 \Rightarrow$ 공차 2 2점

$b_n=1+(n-1)\cdot 2=2n-1$

③ $n \geq 2$, 2점

$\frac{a_n}{b_{n+1}}=\sum_{k=1}^{n}\frac{a_k}{b_{k+1}}-\sum_{k=1}^{n-1}\frac{a_k}{b_{k+1}}$

$=(n^2+n)-\{(n-1)^2+(n-1)\}=2n$

④ $a_n=2n \cdot b_{n+1}$ 2점

$=2n\{2(n+1)-1\}=2n(2n+1)=4n^2+2n$

⑤ $\sum_{k=1}^{5}a_k=\sum_{k=1}^{5}(4k^2+2k)$ 2점

$=4\cdot\frac{5\cdot 6\cdot 11}{6}+2\cdot\frac{5\cdot 6}{2}$

$=220+30=250$

$\therefore$ 정답 250

10점

난이도 ★★★★★

007

27학년도 수능특강 수학2
1. 함수의 극한 Level2 5번
파워업 160

이차함수 $f(x)$에 대하여 $\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-3}{(x-2)f(x)+f(k)}$의 값이 존재하지 않도록 하는 실수 k의 값이 1과 5뿐일 때, $f(4)$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

이차함수 $f(x)$에 대하여 $\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-3}{(x-2)f(x)+f(k)}$의 값이 존재하지 않도록 하는 실수 k의 값이 1과 5뿐일 때, $f(4)$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

① $x\to 2$, 분모$\to 0$
극한 존재 필요조건 : $f(2)-3=0$ 2점
$\Rightarrow$ $f(2)=3$

② 극한값 불존재 $\Leftrightarrow$ $f(2)+f(k)=0$
$\Rightarrow$ $3+f(k)=0$ $\Rightarrow$ $f(k)=-3$ 2점

③ $k=1,5$ 뿐
$\Rightarrow$ $f(1)=f(5)=-3$ 2점
$f(x)=a(x-1)(x-5)-3$

④ $f(2)=3$
$a(1)(-3)-3=3$ 2점
$\Rightarrow$ $-3a=6$ $\Rightarrow$ $a=-2$

⑤ $f(x)=-2(x-1)(x-5)-3$
$f(4)=-2\cdot 3\cdot(-1)-3=6-3=3$ 2점
$\therefore$ 정답 3

총 10점

난이도 ★★★★★

008

27학년도 수능특강 수학2
2.함수의 연속 Level2 2번
파워업 178

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(x)^2-(2x+8)f(x)-3x^2+24x=0$을 만족시킨다. $f(1)+f(3)=8$일 때, $f(0)+f(4)$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(x)^2-(2x+8)f(x)-3x^2+24x=0$을 만족시킨다. $f(1)+f(3)=8$일 때, $f(0)+f(4)$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

① $f(x)^2-(2x+8)f(x)-3x^2+24x=0$ 2점
$\Rightarrow$ $\{f(x)-3x\}\{f(x)+x-8\}=0$

② $\Rightarrow$ $f(x)=3x$ 또는 $-x+8$ 2점
$3x=-x+8$ $\Rightarrow$ $x=2$

③ $x=1$: 3, 7
$x=3$: 9, 5 2점
$f(1)+f(3)=8$ $\Rightarrow$ $f(1)=3$, $f(3)=5$

④ 연속 $\Rightarrow$ $x=2$ 기준 2점
$f(x)=\begin{cases}3x & (x\le 2)\\ -x+8 & (x>2)\end{cases}$

⑤ $f(0)=0$, $f(4)=4$
$f(0)+f(4)=4$ 2점
$\therefore$ 정답 4

10점

TEACHER'S HANDWRITTEN NOTES 손글씨 해설

4 수학1, 수학2 변형문제 손글씨 해설

난이도 ★★★★★

009

27학년도 수능특강 수학2
3.미분계수와 도함수 Level3 1번
파워업 206

다음 조건을 만족시키는 모든 다항함수 $f(x)$에 대하여 $f(0)$의 최댓값을 구하는 과정을 서술하시오.

(가) $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^2}$의 값이 존재하고, $\lim_{x\to 2}\frac{x^2-5x+6}{f(x)-5}=1$이다.

(나) 부등식 $f(x)>6$을 만족시키는 실수는 존재하지 않는다.

다음 조건을 만족시키는 모든 다항함수 $f(x)$에 대하여 $f(0)$의 최댓값을 구하는 과정을 서술하시오.

(가) $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^2}$의 값이 존재하고, $\lim_{x\to 2}\frac{x^2-5x+6}{f(x)-5}=1$이다.

(나) 부등식 $f(x)>6$을 만족시키는 실수는 존재하지 않는다.

① $\lim_{x\to 2}\frac{x^2-5x+6}{f(x)-5}=1$ 2점

$x^2-5x+6=(x-2)(x-3)$

$\Rightarrow f(2)=5$

② $\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x-3)}{f(x)-f(2)}$ 2점

$=\lim_{x\to 2}\frac{x-3}{\frac{f(x)-f(2)}{x-2}}$

$=-\frac{1}{f'(2)}=1 \Rightarrow f'(2)=-1$

③ 차수 ≤ 2, 일차는 조건 (나) 모순 2점

$f(x)=p(x-2)^2-(x-2)+5$, $p<0$

④ 꼭짓점 $x=2+\frac{1}{2p}$ 2점

최댓값 $=-\frac{1}{4p}+5\le 6$

$p<0 \Rightarrow p\le -\frac{1}{4}$

⑤ $f(0)=4p+7$ 2점

$p\le -\frac{1}{4} \Rightarrow f(0)\le 4(-\frac{1}{4})+7=6$

∴ 최댓값 6

10점

난이도 ★★★★★

010

27학년도 수능특강 수학2
5.도함수의 활용(2) 유제 4번
파워업 235

함수 $f(x)=x^4-2x^3+ax^2-8x+16$이 모든 실수 x에 대하여 부등식 $f(x)\ge f'(x)$를 만족시킬 때, 상수 a의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

함수 $f(x)=x^4-2x^3+ax^2-8x+16$이 모든 실수 x에 대하여 부등식 $f(x)\ge f'(x)$를 만족시킬 때, 상수 a의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

① $f'(x)=4x^3-6x^2+2ax-8$

$g(x)=f(x)-f'(x)$ 2점

② $g(x)=x^4-6x^3+(a+6)x^2-(2a+8)x+24$

$f(x)\ge f'(x) \Leftrightarrow g(x)\ge 0$ 2점

③ $g(2)=16-48+4(a+6)-2(2a+8)+24$

$=0$ 2점

④ $g(x)\ge 0$, $g(2)=0$ 2점

$\Rightarrow x=2$에서 최솟값

$\Rightarrow g'(2)=0$

⑤ $g'(x)=4x^3-18x^2+2(a+6)x-(2a+8)$

$g'(2)=32-72+4(a+6)-(2a+8)=2a-24=0$ 2점

∴ $a=12$

∴ 10점

난이도 ★★★★

011

27학년도 수능특강 수학2
6.부정적분과 정적분 Level2 1번
파워업 262

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $xf'(x)+3f(x)=24x^3-15x^2+8x$를 만족시킬 때, $f(3)$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $xf'(x)+3f(x)=24x^3-15x^2+8x$를 만족시킬 때, $f(3)$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

① $x f'(x)+3f(x)=24x^3-15x^2+8x$
양변 $\times x^2$
$\Rightarrow x^3f'(x)+3x^2f(x)=24x^5-15x^4+8x^3$ 2점

② $(x^3f(x))'=x^3f'(x)+3x^2f(x)$
$\Rightarrow (x^3f(x))'=24x^5-15x^4+8x^3$ 2점

③ $x^3f(x)=\int(24x^5-15x^4+8x^3)dx$
$=4x^6-3x^5+2x^4+C$ 2점

④ $x=0 \Rightarrow C=0$
$x^3f(x)=x^3(4x^3-3x^2+2x)$
$\Rightarrow f(x)=4x^3-3x^2+2x$ 2점

⑤ $f(3)=4\cdot27-3\cdot9+6$
$=108-27+6=87$
$\therefore$ 정답 87 2점

총 10점

난이도 ★★★★★

012

27학년도 수능특강 수학2
7.정적분의 활용 Level2 4번
파워업 284

함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.
(가) $1\le x\le 6$일 때 $f(x)=-6x^2+43x-36$이다.
(나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x+5)=f(x)+5$이다. 함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=x$ 및 두 직선 $x=0$, $x=30$으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하는 과정을 서술하시오.

함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.
(가) $1\le x\le 6$일 때 $f(x)=-6x^2+43x-36$이다.
(나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x+5)=f(x)+5$이다. 함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=x$ 및 두 직선 $x=0$, $x=30$으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하는 과정을 서술하시오.

① $-6x^2+43x-36=x$
$\Rightarrow -6x^2+42x-36=0$
$\Rightarrow -6(x-1)(x-6)=0$
$\Rightarrow x=1, 6$ 2점

② $f(x+5)-(x+5)=f(x)-x$
$\Rightarrow y=f(x)-x$ 는 주기 5 2점

③ $[0,30]$: 길이 5 구간 6개
넓이 $=\int_0^{30}\{f(x)-x\}dx$
$=6\int_1^6\{f(x)-x\}dx$ 2점

④ $=6\int_1^6(-6x^2+42x-36)dx$
$=6\left[-2x^3+21x^2-36x\right]_1^6$ 2점

⑤ $=6\{108-(-17)\}$
$=6\cdot125=750$
$\therefore$ 정답 750 2점

10점

TEACHER'S HANDWRITTEN NOTES 손글씨 해설

4 수학1, 수학2 변형문제 손글씨 해설

난이도 ★★★★★

013

27학년도 수능특강 미적분
1.수열의 극한 Level3 1번
파워업 489

두 양의 상수 p, q와 자연수 n에 대하여 함수 $f(x)=x^3+2pnx^2-3qnx$라 하자. 곡선 $y=f(x)$가 x축과 만나는 양의 실수인 점의 x좌표를 a_n이라 하고, 함수 $f(x)$가 $x=b_n$에서 극솟값을 갖는다고 하자. $\lim_{n\to\infty} a_n=12$이고 $\lim_{n\to\infty}\frac{f(b_n)}{n}=-144$일 때, $p+q$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

두 양의 상수 p, q와 자연수 n에 대하여 함수 $f(x)=x^3+2pnx^2-3qnx$라 하자. 곡선 $y=f(x)$가 x축과 만나는 양의 실수인 점의 x좌표를 a_n이라 하고, 함수 $f(x)$가 $x=b_n$에서 극솟값을 갖는다고 하자. $\lim_{n\to\infty} a_n=12$이고 $\lim_{n\to\infty}\frac{f(b_n)}{n}=-144$일 때, $p+q$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

① $f(x)=x^3+2pnx^2-3qnx$

$f(x)=0 \Rightarrow x(x^2+2pnx-3qn)=0$

$a_n=-pn+\sqrt{p^2n^2+3qn}$ 2점

② $\lim_{n\to\infty} a_n=\lim_{n\to\infty}\frac{3qn}{\sqrt{p^2n^2+3qn}+pn}$

$=\frac{3q}{2p}=12$

$\Rightarrow q=8p$ 2점

③ $f'(x)=3x^2+4pnx-3qn$

$b_n=\frac{-2pn+\sqrt{4p^2n^2+9qn}}{3}$

$\lim_{n\to\infty} b_n=\frac{3q}{4p}$ 2점

④ $f'(b_n)=0 \Rightarrow 3b_n^2+4pnb_n-3qn=0$

$f(b_n)=-\frac{1}{2}b_n^3-\frac{3}{2}qnb_n$

$\Rightarrow \lim_{n\to\infty}\frac{f(b_n)}{n}=-\frac{3}{2}q\cdot\frac{3q}{4p}$ 2점

⑤ $-\frac{9q^2}{8p}=-144$

$q=8p \Rightarrow -72p=-144 \Rightarrow p=2,\ q=16$

$\therefore p+q=18$ 2점

10점

난이도 ★★★★★

014

27학년도 수능특강 미적분
1.수열의 극한 Level3 2번
파워업 490

자연수 n에 대하여 곡선 $y=x^2-8nx+16n^2$ 위의 점 $(2n,4n^2)$에서의 접선을 l_n이라 하자. 직선 l_n이 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 할 때, 선분 $AC=BC$가 되도록 x축 위의 점 C를 잡는다. 점 C의 x좌표를 a_n, 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{R_n}{n^3}$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

자연수 n에 대하여 곡선 $y=x^2-8nx+16n^2$ 위의 점 $(2n,4n^2)$에서의 접선을 l_n이라 하자. 직선 l_n이 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 할 때, 선분 $AC=BC$가 되도록 x축 위의 점 C를 잡는다. 점 C의 x좌표를 a_n, 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{R_n}{n^3}$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

① $f(x)=x^2-8nx+16n^2$, $f'(x)=2x-8n$

$f'(2n)=-4n$

$l_n: y-4n^2=-4n(x-2n)$

$\Rightarrow y=-4nx+12n^2$ 2점

② $A=(3n,0)$, $B=(0,12n^2)$

$C=(a_n,0)$, $AC=BC$

$(3n-a_n)^2=a_n^2+(12n^2)^2$

$\Rightarrow a_n=\frac{3n}{2}-24n^3$ 2점

③ $AC=3n-a_n=24n^3+\frac{3n}{2}$

$\sin\angle BCA=\frac{OB}{AC}$

$=\frac{12n^2}{24n^3+\frac{3n}{2}}=\frac{24n}{48n^2+3}$ 2점

④ $AB=\sqrt{(3n)^2+(12n^2)^2}=3n\sqrt{16n^2+1}$

$2R_n=AB/\sin\angle BCA$

$=3(16n^2+1)\sqrt{16n^2+1}/8$ 2점

⑤ $R_n=\frac{3}{16}(16n^2+1)\sqrt{16n^2+1}$

$\lim_{n\to\infty}\frac{R_n}{n^3}=\frac{3}{16}\cdot 16\cdot\sqrt{16}=12$

$\therefore$ 정답 12 2점

10점

난이도 ★★★★★

015

27학년도 수능특강 미적분
1.수열의 극한 Level3 3번
파워업 491

함수 $f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{(x-2)^{2n+1}+(3x-2)^{n+1}}{(x-2)^{2n}+(3x-2)^{n}}$에 대하여 $f(x)=10$을 만족시키는 모든 실수 x의 값의 합을 구하는 과정을 서술하시오.

함수 $f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{(x-2)^{2n+1}+(3x-2)^{n+1}}{(x-2)^{2n}+(3x-2)^{n}}$에 대하여 $f(x)=10$을 만족시키는 모든 실수 x의 값의 합을 구하는 과정을 서술하시오.

① 비교 : $(x-2)^2$ 와 $|3x-2|$ 2점

$(x-2)^2=3x-2 \Rightarrow x^2-7x+6=0$

$\Rightarrow x=1, 6$

② $x<1$ 또는 $x>6$: $(x-2)^2>|3x-2|$ 2점

$\Rightarrow f(x)=x-2$

$f(x)=10 \Rightarrow x=12$

③ $1<x<6$: $(x-2)^2<|3x-2|$ 2점

$\Rightarrow f(x)=3x-2$

$f(x)=10 \Rightarrow x=4$

④ $x=1$: $f(1)=(-1+1)/(1+1)=0$ 제외 2점

$x=6$: $f(6)=(4\cdot16^n+16\cdot16^n)/(16^n+16^n)=10$

$\Rightarrow x=6$ 포함

⑤ 해 : 12, 4, 6 2점

합 $=12+4+6=22$

$\therefore$ 정답 22

(10점)

난이도 ★★★★★

016

27학년도 수능특강 미적분
2.급수 Level3 1번
파워업 493

모든 항이 0이 아닌 정수이고 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$이 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{a_n a_{n+1}}=-\frac{1}{42}$, $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{|a_n||a_{n+1}|}=\frac{79}{210}$를 만족시킬 때, a_{10}의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

① $a_n=a+(n-1)d$, $d>0$

$\frac{1}{a_n a_{n+1}}=\frac{1}{d}\left(\frac{1}{a_n}-\frac{1}{a_{n+1}}\right)$ 2점

② $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{a_n a_{n+1}}=\frac{1}{ad}=-\frac{1}{42}$

$\Rightarrow ad=-42$, $a<0$ 2점

③ 부호 변화 : $a_m<0<a_{m+1}$

$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{|a_n||a_{n+1}|}$

$=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{a_n a_{n+1}}-\frac{2}{a_m a_{m+1}}$ 2점

④ $-\frac{1}{42}-\frac{2}{a_m a_{m+1}}=\frac{79}{210}$

$\Rightarrow a_m a_{m+1}=-5$

$\Rightarrow (a_m, a_{m+1})=(-1, 5)$ 또는 $(-5, 1)$ 2점

⑤ 두 경우 모두 $d=6$

$ad=-42 \Rightarrow a=-7$

$a_{10}=-7+9\cdot6=47$

$\therefore$ 정답 47 2점

(총 10점)

TEACHER'S HANDWRITTEN NOTES 손글씨 해설

4 수학1, 수학2 변형문제 손글씨 해설

난이도 ★★★★

017

27학년도 수능특강 미적분
2.급수 Level3 2번
파워업 494

자연수 n에 대하여 점 A_n을 다음 규칙에 따라 정한다.

(가) 점 A_{2n-1}을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동시킨 점이 A_{2n}이다.

(나) 점 A_{2n}을 지나고 x축에 평행한 직선이 직선 $y=4x$와 만나는 점이 A_{2n+1}이다. $A_1(4, 16)$일 때, 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \overline{A_{2n-1}A_{2n}}$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

① $A_{2n-1}=(a_n, 4a_n)$
$y=x$ 대칭 $\Rightarrow$ $A_{2n}=(4a_n, a_n)$ 2점

② A_{2n}을 지나고 x축 평행 : $y=a_n$
$y=4x$ 와 교점 $\Rightarrow$ $x=\frac{a_n}{4}$
$\Rightarrow$ $A_{2n+1}=\left(\frac{a_n}{4}, a_n\right)$ 2점

③ $a_{n+1}=\frac{a_n}{4}$, $a_1=4$
$\Rightarrow$ $a_n=4\left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}$ 2점

④ $|A_{2n-1}A_{2n}|$
$=\sqrt{(3a_n)^2+(-3a_n)^2}$
$=3\sqrt{2}\,a_n$
$=12\sqrt{2}\left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}$ 2점

⑤ $\sum_{n=1}^{\infty}|A_{2n-1}A_{2n}|$
$=\sum_{n=1}^{\infty}12\sqrt{2}\left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}$
$=\frac{12\sqrt{2}}{1-\frac{1}{4}}$
$=16\sqrt{2}$ 2점

$\therefore$ 정답 $16\sqrt{2}$ 10점

난이도 ★★★★★

018

27학년도 수능특강 미적분
2.급수 Level3 3번
파워업 495

첫째항과 공비가 모두 0이 아닌 두 등비수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여 두 급수 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty}b_n$이 각각 수렴하고, 다음 두 조건이 성립한다.

(가) $\sum_{n=1}^{\infty}a_n=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{5}|a_{2n-1}|$

(나) $\sum_{n=1}^{\infty}|a_nb_n|=\left(\sum_{n=1}^{\infty}a_n\right)\times\left(\sum_{n=1}^{\infty}b_n\right)\sum_{n=1}^{\infty}|a_nb_n|=k\times\sum_{n=1}^{\infty}a_nb_n$일 때, 상수 k의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

① 공비 r_1, r_2, $-1<r_1, r_2<1$ 2점
조건 (가) : $\frac{a_1}{1-r_1}=\frac{a_1/5}{1-r_1^2}$
$\Rightarrow$ $1+r_1=\frac{1}{5}$

② $a_1>0$ $\Rightarrow$ $r_1=-\frac{4}{5}$ 2점
$a_1<0$ $\Rightarrow$ $r_1=-\frac{6}{5}$ 불가

③ 조건 (나) : $\frac{|a_1b_1|}{1-|r_1r_2|}=\frac{a_1b_1}{\{(1-r_1)(1-r_2)\}}$ 2점
$\Rightarrow$ $a_1b_1>0$,
$1-|r_1r_2|=(1-r_1)(1-r_2)$

④ $r_1r_2>0$: $r_1+r_2=2r_1r_2$ 모순 2점
$r_1r_2<0$: $r_1+r_2=0$
$\Rightarrow$ $r_2=-r_1=\frac{4}{5}$

⑤ $r_1r_2=-\frac{16}{25}$
$k=\frac{a_1b_1/\left(1-\frac{16}{25}\right)}{a_1b_1/\left(1+\frac{16}{25}\right)}$ 2점
$=\frac{(25/9)}{(25/41)}=\frac{41}{9}$

$\therefore$ 정답 $\frac{41}{9}$ 10점

난이도 ★★★★★

019

27학년도 수능특강 미적분
3.여러 가지 함수의 미분 Level3 1번
파워업 497

1이 아닌 두 양수 a, b에 대하여 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)=a^x+\log_b x$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x\to 0}\frac{f(e^{2x})-a}{x}=8$

(나) 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(1,f(1))$에서의 접선과 점 $(2,f(2))$에서의 접선이 이루는 예각의 크기를 θ라 하면 $\tan\theta=\frac{2}{9}$이다. $f'(1)>f'(2)$일 때, $f(1)$의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

① $t=e^{2x} \Rightarrow x=\frac{1}{2}\ln t$

$\lim_{x\to 0}\frac{f(e^{2x})-a}{x}$

$=2\lim_{t\to 1}\frac{f(t)-f(1)}{t-1}\cdot\frac{t-1}{\ln t}$

$=2f'(1)=8$

$\Rightarrow f'(1)=4$ 2점

② $\tan\theta=\left|\frac{f'(1)-f'(2)}{1+f'(1)f'(2)}\right|$

$f'(1)>f'(2)$

$\Rightarrow \frac{4-f'(2)}{1+4f'(2)}=\frac{2}{9}$

$\Rightarrow f'(2)=2$ 2점

③ $f'(x)=a^x\ln a+\frac{1}{x\ln b}$

$f'(1): a\ln a+\frac{1}{\ln b}=4$

$f'(2): a^2\ln a+\frac{1}{2\ln b}=2$ 2점

④ $2\times f'(2): 2a^2\ln a+\frac{1}{\ln b}=4$

비교 $\Rightarrow 2a^2\ln a=a\ln a$

$\Rightarrow a(2a-1)\ln a=0$ 2점

⑤ $a>0$, $a\neq 1 \Rightarrow a=\frac{1}{2}$

$f(1)=a+\log_b 1=a$

$\therefore$ 정답 $\frac{1}{2}$ 2점

$\therefore$ 총점 10점

난이도 ★★★★★

020

27학년도 수능특강 미적분
3.여러 가지 함수의 미분 Level3 2번
파워업 498

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(0)$의 값을 구하는 과정을 서술하시오. (단, a, b는 상수이다.)

(가) 모든 실수 x에 대하여 $(x-2)^2f(x)=x^2(e^{x^{2-4x+4}}-1)+a\cos(\frac{\pi}{2}x)+b$이다.

(나) $f(2)=2\pi^2f(0)$

① $x=2$ 대입 2점

$0=a\cos\pi+b=-a+b$

$\Rightarrow b=a$

② $x\neq 2$, 2점

$f(x)=\frac{x^2(e^{(x-2)^2}-1)+a(\cos(\frac{\pi x}{2})+1)}{(x-2)^2}$

$t=x-2$

③ $f(2)=\lim_{t\to 0}\left[\frac{(t+2)^2\cdot(e^{t^2}-1)}{t^2}+a\cdot\frac{\{1-\cos(\frac{\pi t}{2})\}}{t^2}\right]$ 2점

$=4+a\cdot\frac{\pi^2}{8}$

④ $x=0$ 대입 2점

$4f(0)=a\cos 0+b=2a$

$\Rightarrow f(0)=\frac{a}{2}$

⑤ $f(2)=2\pi^2f(0)$ 2점

$4+\pi^2\frac{a}{8}=\pi^2a$

$\Rightarrow a=\frac{32}{7\pi^2}$

$\therefore f(0)=\frac{a}{2}=\frac{16}{7\pi^2}$

$\therefore$ 총 10점

TEACHER'S HANDWRITTEN NOTES 손글씨 해설